

文章编号:1003-207(2023)05-0260-09

DOI:10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2020.0019

# 基于多物品委托拍卖的供应链协调研究

耿心宇<sup>1,2</sup>, 秦开大<sup>1</sup>

(1. 昆明理工大学管理与经济学院, 云南 昆明 650500; 2. 常州大学商学院, 江苏 常州 213159)

**摘要:**基于微分博弈理论研究了单一卖方和单一拍卖行组成的二级多物品拍卖供应链的契约协调问题。首先,从理论上证明了传统的佣金契约无法协调供应链。然后,提出了一种全新的收益补偿契约:商品售出时,拍卖行返还给卖方定额收益;商品流拍时,给予卖方流拍补偿金。分析表明,收益补偿契约在非合作博弈下无法协调供应链,但在合作博弈下可以协调供应链,最优契约参数间呈线性关系。此时,卖方和拍卖行的利润分配比例受谈判能力和谈判砝码的共同影响,调节流拍补偿金可调整双方各自承担的系统风险的大小。最后,通过算例分析验证了上述结论。

**关键词:**多物品拍卖;供应链协调;非合作博弈;合作博弈

**中图分类号:**F724.59

**文献标识码:**A

## 1 引言

拍卖行作为第三方交易中介,通常在聚集和展示供求信息、管理和监督拍卖流程、辅助和协调商品评估及分配等方面具备更加专业的知识和经验<sup>[1]</sup>,可以为买卖双方带来更加便捷的交易体验,保障拍卖活动更加高效有序地进行。近年来,如加拿大多伦多北美裘皮拍卖行、斯里兰卡科伦坡茶叶拍卖市场、中国昆明斗南花卉拍卖市场等,每年承接的委托拍卖商品价值高达数百亿元,多物品委托拍卖在实践中愈来愈流行。

一场典型的多物品委托拍卖,通常先由卖方决定拍卖商品的数量及其保留价,然后委托拍卖行拍卖。对于成功拍卖批次,拍卖行按成交金额的一定比例抽取拍卖佣金,然后将剩余部分转移支付给卖方。对流拍批次,拍卖行则将商品退回给卖方。这种基于佣金机制的拍卖供应链本质上是一个分散化的决策系统,很难避免分布式决策中常见的双重边际效应<sup>[2]</sup>。另一方面,拍卖行无需承担流拍所招致的损失,因为商品的保留价是由卖方所决定。因此,设计一种全新的收益补偿机制,即“成功拍卖时拍

行返还给卖方一定收益,流拍时给予卖方一定补偿”,以协调双方的保留价与数量决策、确保商品成功拍卖,进而实现供应链系统最优、利润的合理分配与风险的柔性分配,具有重要的理论意义和实用价值。

佣金机制作作为一种简易可行的交易机制,一直以来在单物品拍卖中引起学者们的广泛关注。王彦等<sup>[3]</sup>研究了佣金比例对卖方与拍卖行期望收益的影响;刘树林和杨卫星<sup>[4]</sup>研究了第一价格密封拍卖中最优的佣金比例与最优的保留价之间的关系;冉茂盛等<sup>[5]</sup>则分析了第二价格密封拍卖中一口价选项与最优佣金比例的关系。Greenleaf 和 Sinha<sup>[6]</sup>进一步引入流拍罚金(buy-in penalty),发现基于拍卖佣金和流拍罚金的收益分配策略帕累托占优于仅收取拍卖佣金的策略。此外,Greenleaf 等<sup>[7,8]</sup>尝试用担保拍卖(guaranteed auction)的方式来调整卖方和拍卖行之间的收益分配。上述研究都是基于单物品拍卖,分析佣金机制对卖方与拍卖行收益分配的影响,而本文则研究多物品拍卖中如何设计收益补偿机制,从而实现供应链系统的利润最大化。

虽然学者们很早就注意到了待拍商品数量等变量对于多物品拍卖收益的影响,并设计了多种最优化的商品供销策略<sup>[9-11]</sup>,但很少有学者留意到这种最优策略在实践中往往无法顺利实施。Wang Hong<sup>[12]</sup>基于在线多物品 Vickrey 拍卖,在给定待拍商品数量且所有买家都只具有单物品需求的假设下,系统分析了多物品拍卖中卖方与拍卖行之间的利益冲突,并提出了减少陈列费用、增大佣金比例以及缩短拍卖时长等建议。而本文则基于拍卖实践中

收稿日期:2020-01-03; 修订日期:2020-05-08

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(71861020,72261023);教育部人文社会科学规划基金资助项目(18YJA630089);云南省哲学社会科学研究基地课题(JD2018YB11);昆明理工大学管理与经济学院硕博生科研预研计划资助项目

**通讯作者简介:**秦开大(1971-),男(汉族),湖北潜江人,昆明理工大学管理与经济学院,教授,博士生导师,博士,研究方向:运营管理、拍卖理论, E-mail: kdqin2012@126.com.

应用更广泛的歧视性拍卖来展开,放松了买家私有价值假设约束,允许不对称性和多物品需求的存在,聚焦于卖方与拍卖行之间供销策略,提出了一种全新的收益补偿契约来替代传统的佣金契约,以实现供应链的协调运作。并且,该契约独立于诸如陈列费用、拍卖时长等线上拍卖特征,不仅适用于时下新兴的线上拍卖,还适用于传统主流的线下拍卖。

经典的非合作博弈中,供应链的主导成员通过提供余货回购、数量折扣等契约,诱导从属成员做出与供应链系统最优相一致的决策<sup>[2,13]</sup>。随着市场竞争的加剧和信息沟通成本的降低,供应链成员间的合作伙伴关系取代了原先的主从关系,一些经典的非合作博弈无法协调的供应链,在合作博弈下则可实现供应链协调,如 Li Sijie 和 Hua Zhongsheng<sup>[14]</sup>、Li Sijie 等<sup>[15]</sup>、Wang Yunzeng 等<sup>[16]</sup>基于收益共享的商品寄售供应链,以及 Zhai Yue 等<sup>[17]</sup>基于成本分担的预制施工供应链。Zheng Xiaoxue 等<sup>[18]</sup>基于合作博弈研究了由制造商、分销商和零售商组成的三级闭环供应链,考虑零售商的公平关切行为下不同协调机制对系统利润分配的影响。本文则研究了由一个卖方和一个拍卖行组成的二级拍卖供应链,不仅涉及多物品拍卖中的供给数量与保留价决策,而且基于多物品拍卖的特征,设计了一种收益补偿机制,分别在经典的非合作博弈与合作博弈下分析了该机制能否协调供应链,重点研究合作博弈下双方的利润分配,以及不同的契约参数组合对双方风险的影响。

综上,本文首先从理论上证明了目前多数拍卖行所采用的佣金契约无法协调供应链。然后,参考近些年因易行性和稳定性而在供应链管理中广泛应用的价格补贴机制<sup>[19-21]</sup>,设计了如前所述的收益补偿契约。分析表明,在合作博弈下,收益补偿契约能够统一卖方和拍卖行为的决策目标,促成两者间的协调运作,帕累托改进双方的期望利润,在稳定卖方收入的同时实现供应链系统风险的柔性分配。最后,通过数值模拟,验证了前面的相关结论,并给出相应的管理启示。

## 2 问题描述与基准模型

### 2.1 模型假设和符号

考虑一个卖方(S)和一个拍卖行(H)构成的二级拍卖供应链,卖方生产经营某种具有市场垄断性质的商品,单位生产成本为  $c$ ;每隔一定的周期,卖方委托拍卖行将  $K$  件同质商品拍卖给数量众多的潜在买家,同件商品不可拆分出售,拍卖的组织成本假设为 0。

拍卖为不公开保留价  $r$  的歧视性价格拍卖;每

个买家递交  $K$  个密封报价,所有报价中最高的  $K$  个报价被视为“竞争性报价”,与每件待售的商品一一对应。若商品  $i(i=1,2,\cdots,K)$  对应的竞争性报价  $X^{(i)}(K)\geq r$ ,则该报价被判定为“胜出的报价”,递交该报价的买家将会赢得商品  $i$ ,并向拍卖行支付  $X^{(i)}(K)$  以及占比为  $c_B$  的佣金。所有的竞争性报价独立同分布于  $F(x;K),x\in[x_l,x_h]$ ,相应的密度函数为  $f(x;K)\equiv F'(x;K)$ 。假定当  $K_1<K_2$  时,  $F(x;K_1)$  随机占优于  $F(x;K_2)$ ,且  $\lim_{K\rightarrow\infty}F(x_l;K)=1$ 。

对于每件售出的商品,拍卖行按佣金比例为报价的  $c_S$  收取卖方佣金;流拍的商品归卖方所有,每件商品的残值为  $v$ 。假设供应链的所有参与成员都是完全信息和风险中性的,卖方在每个生产周期开始之前决定委托拍卖的供销策略  $\{r,K\}$  以最大化自己的期望利润。为了使讨论合乎逻辑,约定  $x_l<v<c<x_h$ 。

### 2.2 基准模型:集中决策

作为评价佣金契约的基准,首先求解集中决策下拍卖供应链的最优供销策略  $\{r^o,K^o\}$ 。对于系统整体而言,商品  $i$  可以实现的利润为:

$$Y^{(i)}(r,K)=\begin{cases} X^{(i)}(K)(1+c_B)-c, & X^{(i)}(K)\geq r \\ v-c, & X^{(i)}(K)< r \end{cases}$$

对应的期望利润为:

$$EY^{(i)}(r,K)=\int_r^{x_h}x(1+c_B)f(x;K)dx+vF(r;K)-c$$

因此,供应链系统的期望利润为:

$$\pi(r,K)=E\sum_{i=1}^KY^{(i)}(r,K)=\sum_{i=1}^KEY^{(i)}(r,K)=\int_r^{x_h}x(1+c_B)Kf(x;K)dx+vKF(r;K)-cK\quad(1)$$

**命题 1** 供应链系统的最优拍卖保留价为

$$r^o=\frac{v}{1+c_B}。 \tag{2}$$

证明:求解供应链系统的期望利润函数  $\pi(r,K)$  关于拍卖保留价  $r$  的偏导数可得:

$$\frac{\partial \pi(r,K)}{\partial r}=-r(1+c_B)Kf(r;K)+vKf(r;K)$$

令上式等于 0,整理后得式(2)。证毕。

命题 1 表明,最优的保留价  $r^o$  与商品的供给量  $K$  以及竞争性报价的分布函数  $F(r;K)$  都无关。只要商品的拍卖收益超过其残值  $v$ ,就应当拍卖该商品。这一结论与直觉相一致,也降低了保留价决策的复杂度。另一方面,抽象函数  $F(r;K)$  的存在导致无法确切给出最优的商品供给量  $K^o$  的显式解,但是下述命题保证了它的存在性。

**命题 2** 当拍卖的保留价设置为  $r^o$  时,存在最

优的商品供给量  $K^o$ , 使供应链系统的期望利润函数  $\pi(r^o, K)$  最大化。

证明: 由于  $\lim_{K \rightarrow \infty} F(x_l; K) = 1$ , 故存在一个  $\kappa(c, c_B, x_h)$ , 使当  $K > \kappa(c, c_B, x_h)$  时,

$$F(x_l; K) > \frac{x_h(1 + c_B) - c}{x_h(1 + c_B) - v},$$

即

$$\int_{\frac{v}{1+c_B}}^{x_h} F(x_l; K) dx > x_h - \frac{c}{1 + c_B}.$$

因此当  $K > \kappa(c, c_B, x_h)$  时,

$$\pi(r^o, K) = \int_{r^o}^{x_h} x(1 + c_B)Kf(x; K) dx +$$

$$vKF(r^o; K) - cK =$$

$$x_h(1 + c_B)K - (1 + c_B)K \int_{r^o}^{x_h} F(x; K) dx - cK <$$

$$x_h(1 + c_B)K - (1 + c_B)K \int_{r^o}^{x_h} F(x_l; K) dx - cK <$$

$$x_h(1 + c_B)K - (1 + c_B)K \left( x_h - \frac{c}{1 + c_B} \right) - cK = 0,$$

从而存在  $K^o \in \{K \in N \mid 0 \leq K \leq \kappa(c, c_B, x_h)\}$  使  $\pi(r^o, K)$  最大化。证毕。

命题 2 表明, 当买家的报价随着商品供给量的增加而降低时, 拍卖的期望收益就不会随着供给量的增加而无限地持续增大。商品的供给方和销售方, 需要把握好单件商品的期望收益和多件商品的累计收益之间的均衡, 从而选择适当的供给量而使拍卖的收益最大化。

3 佣金契约下的供应链协调分析

根据佣金契约 (commission contract), 卖方从商品  $i$  的销售中分得的利润为:

$$Y_{SC}^{(i)}(r, K) =$$

$$\begin{cases} X^{(i)}(K)(1 - c_S) - c, & X^{(i)}(K) \geq r \\ v - c, & X^{(i)}(K) < r \end{cases}$$

对应的期望利润为:

$$EY_{SC}^{(i)}(r, K) = \int_r^{x_h} x(1 - c_S)f(x; K) dx + vF(x;$$

$$K) - c.$$

因此, 卖方的期望利润函数

$$\pi_{SC}(r, K) = E \sum_{i=1}^K Y_{SC}^{(i)}(r, K) = \sum_{i=1}^K EY_{SC}^{(i)}(r, K) =$$

$$\int_r^{x_h} x(1 - c_S)Kf(x; K) dx + vKF(r; K) - cK$$

拍卖行从商品  $i$  的销售中分得的利润为:

$$Y_{HC}^{(i)}(r, K) = \begin{cases} X^{(i)}(K)(c_S + c_B), & X^{(i)}(K) \geq r \\ 0, & X^{(i)}(K) < r \end{cases}$$

对应的期望利润为:

$$EY_{HC}^{(i)}(r, K) = \int_r^{x_h} x(c_S + c_B)f(x; K) dx$$

因此, 拍卖行的期望利润函数为:

$$\pi_{HC}(r, K) = E \sum_{i=1}^K Y_{HC}^{(i)}(r, K) =$$

$$\sum_{i=1}^K EY_{HC}^{(i)}(r, K) = \int_r^{x_h} x(c_S + c_B)Kf(x; K) dx$$

卖方选择委托拍卖的最优供销策略  $\{r_{SC}^*, K_{SC}^*\}$  是以最大化自己的期望利润函数  $\pi_{SC}(r, K)$ 。

引理 1 在拍卖佣金契约的作用下, 卖方的最优拍卖保留价为:

$$r_{SC}^* = \frac{v}{1 - c_S} \tag{3}$$

证明: 求解卖方的期望利润函数  $\pi_{SC}(r, K)$  关于拍卖保留价  $r$  的偏导数可得:

$$\frac{\partial \pi_{SC}(r, K)}{\partial r} = -r(1 - c_S)Kf(r; K) + vKf(r; K)$$

令上式等于 0, 整理后得式(3)。证毕。

对比式(2)和式(3)可以发现:  $r_{SC}^* > r^o$ , 这是因为卖方必须把买家报价中的一部分作为佣金支付给拍卖行, 因此卖方必须选择更高的保留价以保障自身的收益不低于商品的残值  $v$ , 但这也导致了可能为供应链系统带来更高收益的商品流拍。因此, 有以下定理。

定理 1 拍卖佣金契约无法协调供应链。

证明: 基于多物品委托拍卖的供应链协调需同时协调商品的供给量  $K$  和保留价  $r$ , 然而, 通过对比命题 1 和引理 1 中的结论可以发现, 在佣金契约的作用下, 卖方的最优保留价决策  $r_{SC}^*$  不等于系统的最优保留价决策  $r^o$ , 因此佣金契约无法协调供应链。证毕。

佣金契约无法协调供应链的症结在于卖方收到的拍卖收益是扣除了买家酬金和卖方佣金后的拍卖收益, 卖方在制定保留价决策时所参照的收益基准并不是买家的真实出价, 因此在传统的佣金契约下卖方的最优保留价  $r_{SC}^*$  必然与供应链系统的最优保留价  $r^o$  有所出入。

4 收益补偿契约下的供应链协调分析

由于传统的佣金契约无法协调供应链, 需要设计新的机制促成卖方与拍卖行的供销合作, 以实现系统的最优化运作。考虑到多物品委托拍卖中的卖方多是风险承受能力较弱的中小供应商, 借鉴现有供应链协调研究中强势参与方对弱势参与方给予价格补贴的做法<sup>[20, 22]</sup>, 设计了一种全新的收益补偿契约 (sales—subsidy contract): 把保留价  $r$  的定价权移交给拍卖行, 每成交一件商品, 拍卖行转移支付给卖方定额收益  $M$ ; 每流拍一件商品, 拍卖行支付给卖方流拍补偿金  $m$ , 并将商品退还给卖方。约定  $M > m + v$ ,



以激励卖方交付数量合理、质量可靠的商品。

根据收益补偿契约,卖方从商品  $i$  的销售中分得的利润为:

$$Y_{SS}^{(i)}(r,K,m,M) = \begin{cases} M - c, & X^{(i)}(K) \geq r \\ m + v - c, & X^{(i)}(K) < r \end{cases} \quad (4)$$

对应的期望利润为:  
 $EY_{SS}^{(i)}(r,K,m,M) = M(1 - F(r;K)) + (m + v)F(r;K) - c$

因此,卖方的期望利润函数为:  
 $\pi_{SS}(r,K,m,M) = E \sum_{i=1}^K Y_{SS}^{(i)}(r,K,m,M) = \sum_{i=1}^K EY_{SS}^{(i)}(r,K,m,M) = MK(1 - F(r;K)) + (m + v)KF(r;K) - cK$  (5)

拍卖行从商品  $i$  的销售中分得的利润为:  
 $Y_{HS}^{(i)}(r,K,m,M) = \begin{cases} X^{(i)}(K)(1 + c_B) - M, & X^{(i)}(K) \geq r \\ -m, & X^{(i)}(K) < r \end{cases} \quad (6)$

对应的期望利润为:  
 $EY_{HS}^{(i)}(r,K,m,M) = \int_r^{x_h} [x(1 + c_B) - M]f(x;K)dx - mF(r;K)$

因此,拍卖行的期望利润函数为:  
 $\pi_{HS}(r,K,m,M) = E \sum_{i=1}^K Y_{HS}^{(i)}(r,K,m,M) = \sum_{i=1}^K EY_{HS}^{(i)}(r,K,m,M) = \int_r^{x_h} [x(1 + c_B) - M]Kf(x;K)dx - mKF(r;K)$  (7)

下面分别在非合作博弈和合作博弈两种情形下考察收益补偿契约的可协调性。

#### 4.1 非合作博弈情形下的供应链协调分析

在非合作博弈的情形下,卖方和拍卖行各自独立地做出决策,以期最大化自身的期望利润函数。首先,卖方选择商品的供给量  $K$ ;其次,拍卖行根据卖方选择的商品供给量  $K$  和相应的竞争性报价分布  $F(x;K)$  进行拍卖保留价  $r$  决策。整个过程可以视为 Stackelberg 博弈过程,采用逆向归纳法,先求解拍卖行的最优策略。

**引理 2** 在收益补偿契约的作用下,拍卖行的最优拍卖保留价为:

$$r_{HS}^* = \frac{M - m}{1 + c_B} \quad (8)$$

证明:求解拍卖行的期望利润函数  $\pi_{HS}(r,K,m,M)$  关于拍卖保留价  $r$  的偏导数可得:

$$\frac{\partial \pi_{HS}(r,K,m,M)}{\partial r} = -[r(1 + c_B) - M]Kf(r;K) - mKf(r;K)$$

令上式等于 0,整理后得式(8)。证毕  
 拍卖行选择保留价  $r_{HS}^*$  的原因在于:当商品成交时,拍卖行转移支付  $M$  给卖方;当商品流拍时,拍卖行补偿卖方  $m$ 。只有当拍卖一件商品所获得的收益大于两者的差值  $M - m$  时,拍卖行成功拍卖商品的利润才不低于流拍的利润。因此,  $(M - m)/(1 + c_B)$  是拍卖行所能接受的最低竞拍报价。

**定理 2** 在非合作博弈的情形下,收益补偿契约无法协调供应链。

证明:若在非合作博弈的情形下,收益补偿契约可协调供应链,则有:

$$r_{HS}^* = r^o$$

上式等价于:

$$\frac{M - m}{1 + c_B} = \frac{v}{1 + c_B}, M = m + v \quad (9)$$

与  $M > m + v$  的假设矛盾。故在非合作博弈的情形下,收益补偿契约无法协调供应链。证毕。

由命题 1 可知,系统的最优保留价  $r^o$  是商品的成交与流拍的利润无差异报价点。而在收益补偿契约的作用下,  $r_{HS}^*$  也是拍卖行商品的成交与流拍的利润无差异报价点。因此,式(9)的结果是可以预见的。然而,一旦  $M = m + v$ ,就意味着卖方的利润将不受拍卖结果的影响,在非合作博弈的情形下卖方的商品供给量将会无限制地增加,由此可以推断收益补偿契约无法协调供应链。

#### 4.2 合作博弈情形下的供应链协调分析

合作博弈在追求集体利益最大化的同时,试图公正地划分合作的收益。记  $\pi = (\pi_{SS}(r,K,m,M), \pi_{HS}(r,K,m,M))$  是供应链利润的一个配置,  $U = \{\pi \in R^2 \mid \pi_{SS}(r,K,m,M) \geq 0, \pi_{HS}(r,K,m,M) \geq 0, \pi_{SS}(r,K,m,M) + \pi_{HS}(r,K,m,M) \leq \pi(r^o, K^o)\}$  是供应链利润的可行配置集,取  $\pi^d = (\pi_{SC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*), \pi_{HC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*))$  为谈判破裂点,则  $(U, \pi^d)$  表示卖方和拍卖行间的关于供应链利润配置的讨价还价问题。

**引理 3** 基于 Nash 讨价还价解,卖方和拍卖行将会平分收益补偿契约相对于佣金契约所带来的额外收益。

证明:基于 Nash 公理系统,讨价还价问题  $(U, \pi^d)$  的解为:

$$\beta(U, \pi^d) = (\beta_S(U, \pi^d), \beta_H(U, \pi^d)) \in \arg \max_{\pi \in U, \pi \geq \pi^d} (\pi_{SS}(r,K,m,M) - \pi_{SC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*))(\pi_{HS}(r,K,m,M) - \pi_{HC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*))$$

由于  $\pi_{SS}(r,K,m,M) + \pi_{HS}(r,K,m,M) \leq \pi(r^o, K^o)$ , 故根据均值不等式易知:

$$\beta_S(U, \pi^d) - \pi_{SC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*) = \beta_H(U, \pi^d) - \pi_{HC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*)$$

且  $\beta_S(U, \pi^d) + \beta_H(U, \pi^d) = \pi(r^o, K^o)$ ,

从而有:

$$\beta(U, \pi^d) - \pi^d = \frac{1}{2}(\pi(r^o, K^o) - \pi(r_{SC}^*, K_{SC}^*)) (1, 1) \tag{10}$$

证毕。

引理 3 是卖方和拍卖行双方谈判能力(bargaining strength)相互角逐的结果。为促成供应链系统的合作共赢, 卖方和拍卖行的边际贡献是一样的, 缺少任何一方的参与, 合作都无法成立, 因此理当平分合作所带来的额外收益。

**定理 3** 在合作博弈的情形下, 收益补偿契约可以协调供应链。协调契约参数  $\{m^o, M^o\}$  满足:

$$M^o = -Am^o + B, 0 \leq m^o < \frac{B-v}{A+1} \tag{11}$$

其中

$$A = \frac{F(r^o; K^o)}{1 - F(r^o; K^o)} \tag{12}$$

$$B = [\pi(r^o, K^o) + \pi_{SC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*) - \pi_{HC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*) + 2cK^o - 2vK^oF(r^o; K^o)]/[2K^o(1 - F(r^o; K^o))] \tag{13}$$

证明: 由引理 3 知, 在合作博弈的情形下, 收益补偿契约帕累托占优于拍卖佣金契约, 故卖方和拍卖行可以达成合作, 实现拍卖供应链的协调运作。

取  $\beta_S(U, \pi^d) = \pi_{SS}(r^o, K^o, m^o, M^o)$ , 由式(10)知:

$$\pi_{SS}(r^o, K^o, m^o, M^o) - \pi_{SC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*) = \frac{1}{2}(\pi(r^o, K^o) - \pi(r_{SC}^*, K_{SC}^*))$$

将式(5)代入上式, 整理后可得式(11)。证毕。

定理 3 表明, 在合作博弈下, 存在契约参数组合  $\{m^o, M^o\}$  以协调供应链, 且不止一对  $\{m^o, M^o\}$  可协调供应链, 所有可行的  $m^o$  与  $M^o$  之间呈线性递减关系。

**推论 1** 当拍卖供应链基于收益补偿契约达成渠道协调时, 卖方的期望利润在供应链整体利润中的占比为:

$$\lambda = \frac{1}{2} + \frac{\pi_{SC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*) - \pi_{HC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*)}{2\pi(r^o, K^o)}$$

拍卖行的期望利润在供应链整体利润中的占比为:

$$1 - \lambda = \frac{1}{2} - \frac{\pi_{SC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*) - \pi_{HC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*)}{2\pi(r^o, K^o)}$$

证明: 当拍卖供应链基于收益补偿契约达成渠道协调时, 供应链整体的期望利润为  $\pi(r^o, K^o)$ 。根据引理 3 知, 卖方分得的利润为:

$$\pi_{SS}(r^o, K^o, m^o, M^o) = \pi_{SC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*) + \frac{1}{2}(\pi(r^o, K^o) - \pi(r_{SC}^*, K_{SC}^*))$$

$$K^o) - \pi(r_{SC}^*, K_{SC}^*))$$

因此卖方的期望利润在供应链整体利润中的占比为:

$$\lambda = \frac{\pi_{SS}(r^o, K^o, m^o, M^o)}{\pi(r^o, K^o)} = \frac{\pi_{SC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*) + \frac{1}{2}(\pi(r^o, K^o) - \pi(r_{SC}^*, K_{SC}^*))}{\pi(r^o, K^o)} = \frac{1}{2} + \frac{\pi_{SC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*) - \pi_{HC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*)}{2\pi(r^o, K^o)}$$

拍卖行的期望利润在供应链整体利润中的占比为:

$$1 - \lambda = \frac{1}{2} - \frac{\pi_{SC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*) - \pi_{HC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*)}{2\pi(r^o, K^o)}$$

证毕。

供应链成员的期望利润在总利润中的占比受谈判砝码(bargaining power)的影响。谈判破裂点  $\pi^d$  的取值反映了卖方和拍卖行各自讨价还价资本的大小, 这种资本较量的结果就是推论 1。

**推论 2** 卖方利润的方差是流拍补偿金的减函数, 拍卖行利润的方差是流拍补偿金的增函数。

证明: 任取  $i \in \{1, 2, \dots, K\}$ , 由式(4)知:

$$EY_{SS}^{(i)2}(r, K, m, M) = (M - c)^2(1 - F(r; K)) + (m + v - c)^2F(r; K)$$

从而有:

$$DY_{SS}^{(i)}(r, K, m, M) = EY_{SS}^{(i)2}(r, K, m, M) - (EY_{SS}^{(i)}(r, K, m, M))^2 = (M - c)^2(1 - F(r; K)) + (m + v - c)^2F(r; K) - (EY_{SS}^{(i)}(r, K, m, M))^2$$

当拍卖供应链基于收益补偿契约达成渠道协调时, 卖方利润的方差为:

$$\sigma_{SS}^2(r^o, K^o, m^o, M^o) = D \sum_{i=1}^{K^o} Y_{SS}^{(i)}(r^o, K^o, m^o, M^o) = \sum_{i=1}^{K^o} DY_{SS}^{(i)}(r^o, K^o, m^o, M^o) = (M^o - c)^2K^o(1 - F(r^o; K^o)) + (m^o + v - c)^2K^oF(r^o; K^o) - \sum_{i=1}^{K^o} (EY_{SS}^{(i)}(r^o, K^o, m^o, M^o))^2 = (-Am^o + B - c)^2K^o(1 - F(r^o; K^o)) + (m^o + v - c)^2K^oF(r^o; K^o) - K^{o-1}\pi_{SS}^2(r^o, K^o, m^o, M^o)$$

$$\text{利用式(12)~式(14), 上式等价于: } \sigma_{SS}^2(r^o, K^o, m^o, M^o) = \mathcal{A}_1 m^o^2 + \mathcal{B}_1 m^o + \mathcal{C}_1 \tag{15}$$

其中

$$\mathcal{A}_1 = AK^o \tag{16}$$

$$\mathcal{B}_1 = -A[\pi(r^o, K^o) + \pi_{SC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*) - \pi_{HC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*) + 2(c - v)K^o] \tag{17}$$

$$\mathcal{C}_1 = \frac{A}{4K^o}[\pi(r^o, K^o) + \pi_{SC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*) - \pi_{HC}(r_{SC}^*, K_{SC}^*) + 2(c - v)K^o]^2 \tag{18}$$

式(15)的函数图像是一条开口向上的抛物线,其对称轴为:

$$m^o = -\frac{\mathcal{B}_1}{2\mathcal{A}} = -\{-A[\pi(r^o, K^o) + \pi_{sc}(r_{sc}^*, K_{sc}^*) - \pi_{HC}(r_{sc}^*, K_{sc}^*) + 2(c-v)K^o]\}/(2AK^o) = \frac{B-v}{A+1}$$

因此,  $\sigma_{ss}^2(r^o, K^o, m^o, M^o)$  在其定义域  $[0, (B-v)/(A+1))$  内单调递减。

另一方面,由式(6)知:

$$EY_{HS}^{(i)2}(r, K, m, M) = \int_r^{x_h} [x(1+c_B) - M]^2 f(x; K) dx + m^2 F(r; K)$$

从而有:

$$DY_{HS}^{(i)}(r, K, m, M) = EY_{HS}^{(i)2}(r, K, m, M) - (EY_{HS}^{(i)}(r, K, m, M))^2 = \int_r^{x_h} [x(1+c_B) - M]^2 f(x; K) dx + m^2 F(r; K) - (EY_{HS}^{(i)}(r, K, m, M))^2$$

当拍卖供应链基于收益补偿契约达成渠道协调时,拍卖行利润的方差为:

$$\sigma_{HS}^2(r^o, K^o, m^o, M^o) = D \sum_{i=1}^{K^o} Y_{HS}^{(i)}(r^o, K^o, m^o, M^o) = \sum_{i=1}^{K^o} DY_{HS}^{(i)}(r^o, K^o, m^o, M^o) = \int_{r^o}^{x_h} [x(1+c_B) - M^o]^2 K^o f(x; K^o) dx + m^{o2} K^o F(x; K^o) - \sum_{i=1}^{K^o} (EY_{HS}^{(i)}(r^o, K^o, m^o, M^o))^2 = \int_{r^o}^{x_h} [x(1+c_B) - (-Am^o + B)]^2 K^o f(x; K^o) dx + m^{o2} K^o F(r^o; K^o) - K^{o-1} \pi_{HS}^2(r^o, K^o, m^o, M^o)$$

利用式(1)、式(12)、式(13),上式等价于:

$$\sigma_{HS}^2(r^o, K^o, m^o, M^o) = \mathcal{A}_2 m^{o2} + \mathcal{B}_2 m^o + \mathcal{C}_2 \quad (19)$$

其中

$$\mathcal{A}_2 = AK^o \quad (20)$$

$$\mathcal{B}_2 = A(\pi(r^o; K^o) - \pi_{sc}(r_{sc}^*, K_{sc}^*) + \pi_{HC}(r_{sc}^*, K_{sc}^*)) \quad (21)$$

$$\mathcal{C}_2 = \int_{r^o}^{x_h} [x(1+c_B) - B]^2 K^o f(x; K^o) dx - K^{o-1} \pi_{HS}^2(r^o, K^o, m^o, M^o) \quad (22)$$

由于  $\mathcal{A}_2 > 0, \mathcal{B}_2 > 0$ , 因此  $\sigma_{HS}^2(r^o, K^o, m^o, M^o)$  是  $m^o$  的增函数。证毕。

推论 2 则进一步指出,调节  $\{m^o, M^o\}$  可柔性地分配卖方和拍卖行各自承担的系统风险的大小。特别地,由式(15)知,  $\lim_{m^o \rightarrow ((B-v)/(A+1))^-} \sigma_{ss}^2(r^o, K^o, m^o, M^o) = 0$ , 此时的系统风险几乎全部由拍卖行承担,卖方通过放弃高收益的可能性来换取收益的稳定性。

### 5 算例分析

利用数值算例对上述研究结论进行说明和验证。假定各参数的取值分别为:  $c = 0.2, v = 0.11, c_S = 0.2, c_B = 0.1, f(x; K) = 2x(1-x^2)^{K-1}K, F(x; K) = 1 - (1-x^2)^K, x \in [0, 1]$ 。图 1 展示了竞争性报价与商品供给量间的关系。随着供给量的增大,买家的报价逐渐降低并趋向于 0。

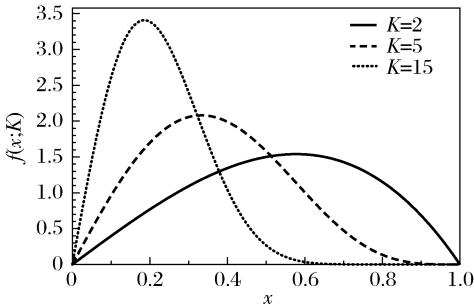


图 1 竞争性报价的概率密度函数

根据命题 1,并结合一些简单的数学优化技术,可以求得拍卖供应链最优的供销策略为  $r^o = 0.1, K^o = 7$ , 此时供应链系统的期望利润为  $\pi(0.1, 7) = 1.0683$ 。当供应链采用拍卖佣金契约时,根据引理 1 可知,卖方的最优供销策略为  $r_{sc}^* = 0.1375, K_{sc}^* = 4$ 。此时供应链参与成员的期望利润为  $\pi_{sc}(0.1375, 4) = 0.5112, \pi_{HC}(0.1375, 4) = 0.4796$ , 供应链系统的期望利润为  $\pi(0.1375, 4) = 0.9908$ 。可见,拍卖佣金契约无法协调供应链,验证了定理 1。

在合作博弈的情形下,供应链基于收益补偿契约达成渠道协调,卖方和拍卖行共同选择的供销策略与集中决策情形相一致,即  $r^o = 0.1, K^o = 7$ 。根据定理 3,协调契约参数  $\{m^o, M^o\}$  满足  $M^o = -0.0729m^o + 0.2908, 0 \leq m^o < 0.1686$ 。由图 2 可知,两者间呈线性关系。由式(5)、式(7)可得,  $\pi_{ss}^*(0.1, 7, m^o, M^o) = 0.5499, \pi_{HS}^*(0.1, 7, m^o, M^o) = 0.5183$ 。此时,卖方的期望利润在供应链总利润中的占比  $\lambda = 0.5148$ , 拍卖行的期望利润在总利润中的占比  $1 - \lambda = 0.4852$ 。根据式(15)~式(18),卖方利润的方差  $\sigma_{ss}^2(0.1, 7, m^o, M^o) = 0.5102m^{o2} - 0.1720m^o + 0.0145$ 。根据推论 1、式(19)~式(22),拍卖行利润的方差  $\sigma_{HS}^2(0.1, 7, m^o, M^o) = 0.5102m^{o2} + 0.0756m^o + 0.1640$ 。两者的函数图像分别如图 3、图 4 所示,由此验证了推论 2。

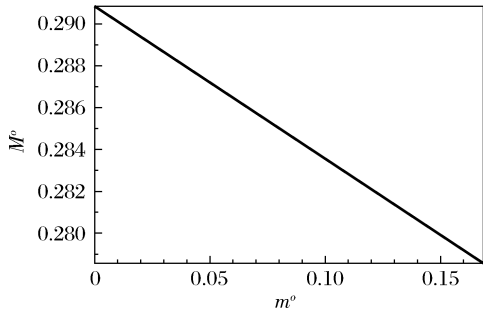


图2 收益补偿契约的最优契约参数

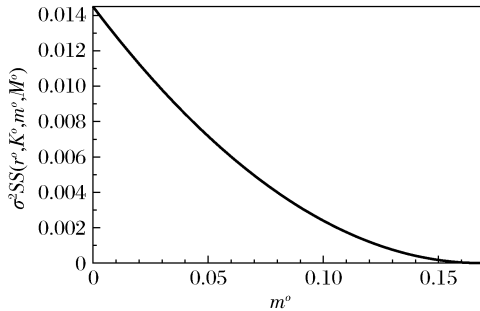


图3 卖方利润的方差

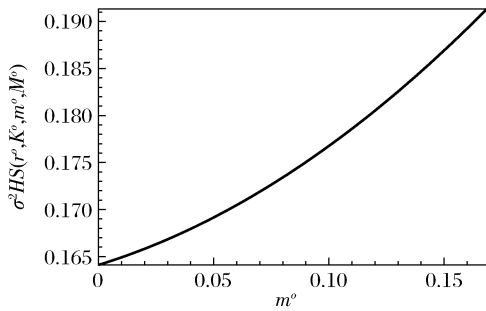


图4 拍卖行利润的方差

## 6 结语

本文研究了多物品拍卖中单一卖方和单一拍卖行组成的二级拍卖供应链的供销合作问题,研究发现,传统的拍卖佣金契约无法协调供应链。为此,提出了一种全新的收益补偿契约:在成功拍卖时,拍卖行返还给卖方定额收益;而商品流拍时,给予卖方流拍补偿金。基于此契约,进一步考察了非合作博弈与合作博弈下双方的最优策略反应,均衡结果表明:非合作博弈下该契约无法协调供应链,但在合作博弈下可协调供应链,双方的利润分配受谈判能力和谈判砝码的共同作用,通过调节流拍补偿金的大小,可实现供应链系统风险的柔性分配。

本研究可得到如下管理启示:①传统的佣金契约会阻断买家报价信息从销售端向供给端的传递,致使供应链无法协调。②非合作博弈下卖方与拍卖行的“利己行为”致使收益补偿契约无法协调供应链,而合作博弈下将促使双方共同探索所有可能的

拍卖收益。③卖方可通过放弃高收益的可能性来换取收益的稳定性,而拍卖行则可通过放弃部分收益来降低其所承担的风险。

本文是基于完全信息、风险中性的假设,研究多物品委托拍卖中的供应链协调。实践中卖方与拍卖行可能存在不同的风险偏好,也可能会为了最大化自身收益而隐瞒、谎报生产、需求等信息。因此,不同风险偏好下收益补偿契约能否协调供应链,以及如何调整收益补偿契约以适应更加复杂的信息环境,都有待进一步研究。

## 参考文献:

[1] Wu S D. Supply chain intermediation: a bargaining theoretic framework[M]//Simchi-Levi D, Wu S D, Shen Zuojun. Handbook of quantitative supply chain analysis. Boston: Springer US, 2004: 67-115.

[2] Cachon G P. Supply chain coordination with contracts [M]//de Kok A G, Graves S C. Handbooks in operations research and management science volume 11 Supply chain management: design, coordination and operation. Amsterdam: Elsevier B V, 2003: 229-339.

[3] 王彦, 毕志伟, 李楚霖. 佣金收取对拍卖结果的影响[J]. 管理科学学报, 2004, 7(4): 45-48+94. Wang Yan, Bi Zhiwei, Li Chulin. Effect of commission on auctions[J]. Journal of Management Sciences in China, 2004, 7(4): 45-48+94.

[4] 刘树林, 杨卫星. 第一价格密封拍卖中的最优保留价和最优佣金率研究[J]. 经济研究, 2011(11): 145-156. Liu Shulin, Yang Weixing. Study on optimal reserve price and optimal commission rate of a first-price sealed-bid auction model[J]. Economic Research Journal, 2011(11): 145-156.

[5] 冉茂盛, 黄俊, 李文洲. 考虑佣金率的一口价拍卖模型[J]. 系统工程理论与实践, 2016, 36(9): 2276-2283. Ran Maosheng, Huang Jun, Li Wenzhou. Auctions with commission rate and buyout price[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2016, 36(9): 2276-2283.

[6] Greenleaf E A, Sinha A R. Combining buy-in penalties with commissions at auction houses[J]. Management Science, 1996, 42(4): 529-540.

[7] Greenleaf E A, Rao A G, Sinha A R. Guarantees in auctions: the auction house as negotiator and managerial decision maker[J]. Management Science, 1993, 39(9): 1130-1145.

[8] Greenleaf E A, Ma Jun, Qiu Wanhua, et al. Note on “Guarantees in auctions: the auction house as negotiator and managerial decision maker”[J]. Management Science, 2002, 48(12): 1640-1644.

[9] 饶从军, 赵勇, 王清. 基于可变供给量的可分离物品拍

卖及其应用[J]. 中国管理科学, 2012, 20(1): 129—138.

Rao Congjun, Zhao Yong, Wang Qing. Auction of di-visible goods based on variable supply and its application [J]. Chinese Journal of Management Science, 2012, 20(1): 129—138.

[10] 丁黎黎, 徐寅峰, 刘新民. 基于风险偏好下的网上在线拍卖策略设计[J]. 中国管理科学, 2014, 22(3): 96—102.

Ding Lili, Xu Yinfeng, Liu Xinmin. On-line auction strategies on the internet based on risk preference[J]. Chinese Journal of Management Science, 2014, 22(3): 96—102.

[11] Huang Jingsi, Song Jie. Optimal inventory control with sequential online auction in agriculture supply chain: an agent-based simulation optimisation approach[J]. International Journal of Production Research, 2018, 56(6): 2322—2338.

[12] Wang Hong. Analysis and design for multi-unit on-line auctions[J]. European Journal of Operational Research, 2017, 258(3): 1191—1203.

[13] Cachon G P, Netessine S. Game theory in supply chain analysis[M]//Johnson M P, Norman B, Secomandi N. Models, methods, and applications for innovative decision making. Catonsville: INFORMS, 2006: 200—233.

[14] Li Sijie, Hua Zhongsheng. A note on channel performance under consignment contract with revenue sharing [J]. European Journal of Operational Research, 2008, 184(2): 793—796.

[15] Li Sijie, Zhu Zhanbei, Huang Lihua. Supply chain co-ordination and decision making under consignment contract with revenue sharing[J]. International Journal of Production Economics, 2009, 120(1): 88—99.

[16] Wang Yunzeng, Jiang Li, Shen Zuojun. Channel performance under consignment contract with revenue sharing[J]. Management Science, 2004, 50(1): 34—47.

[17] Zhai Yue, Fu Yelin, Xu Gangyan, et al. Multi-period hedging and coordination in a prefabricated construction supply chain[J]. International Journal of Production Research, 2019, 57(7): 1949—1971.

[18] Zheng Xiaoxue, Liu Zhi, Li Wu, et al. Cooperative game approaches to coordinating a three-echelon closed-loop supply chain with fairness concerns[J]. International Journal of Production Economics, 2019, 212: 92—110.

[19] 熊峰, 彭健, 金鹏, 等. 生鲜农产品供应链关系契约稳定性影响研究——以冷链设施补贴模式为视角[J]. 中国管理科学, 2015, 23(8): 102—111.

Xiong Feng, Peng Jian, Jin Peng, et al. The impact of relational contracts stability about fresh agricultural product supply chain study: from the perspective of cold chain facilities subsidy mode[J]. Chinese Journal of Management Science, 2015, 23(8): 102—111.

[20] 范辰, 刘咏梅, 陈晓红. 考虑向上销售和渠道主导结构的 BOPS 定价与服务合作 [J]. 中国管理科学, 2018, 26(3): 101—108.

Fan Chen, Liu Yongmei, Chen Xiaohong. Pricing and service cooperation with “buy-online, pick-up-in-store”: considering upselling effect and leadership structures[J]. Chinese Journal of Management Science, 2018, 26(3): 101—108.

[21] 黄建辉, 叶飞, 周国林. 产出随机及贸易信用下农产品供应链农户决策与政府补偿价值[J]. 中国管理科学, 2018, 26(1): 107—117.

Huang Jianhui, Ye Fei, Zhou Guolin. Decisions and the value of government compensation in agricultural supply chain under trade credit and uncertainty of production yield[J]. Chinese Journal of Management Science, 2018, 26(1): 107—117.

[22] Xing Dahai, Liu Tieming. Sales effort free riding and coordination with price match and channel rebate[J]. European Journal of Operational Research, 2012, 219(2): 264—271.

Coordinating the Supply Chain in a Multi-Unit Consignment Auction

GENG Xin-yu<sup>1,2</sup>, QIN Kai-da<sup>1</sup>

(1. Faculty of Management and Economics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China;  
2. School of Business, Changzhou University, Changzhou 213159, China)

**Abstract:** Auction houses play some important roles in gathering and releasing information about supply and demand, valuing commodity valuation, and supervising auction processes. As a result, more and more sellers tend to entrust a third-party auction house to replace themselves for organizing auction activities. The coordination of a supply chain with a seller and an auction house is studied. The seller consigns his homogeneous commodities to the auction house. The auction house sells the commodities by a discriminatory auction with a secret reservation price.

The centralized decision-making is taken as the benchmark of the supply chain optimal strategy. An-



alytical results show that the optimal reservation price is independent of both the supply quantity and the buyers' bids distribution. For a commodity, to auction it successfully is superior to hold it if its auction price is larger than its salvage value. Furthermore, the seller should balance the single expected revenue of a commodity with the accumulated revenue of multiple commodities, as the buyers' bids decrease with the commodity quantity. Thus, the seller should choose the optimal supply quantity to maximize his auction revenue.

Then the supply chain coordination is investigated with the auction commission contract, in which the auction house charges the seller a commission for each successful transaction. If a commodity is unsold, it will return to the seller. The analysis shows that the seller submits his reservation price is not on the basis of the buyers' real bids. The seller also takes his commission and the commission of the buyers into account. Thus, his reservation price is not optimal, and thereby the supply chain cannot be coordinated with the auction commission contract.

A new sales—subsidy contract is proposed to coordinate the supply chain. In the sales—subsidy contract, the seller gains fixed revenue return from the auction house if a commodity is auctioned successfully, and the seller is simultaneously subsidized by the auction house if a commodity is unsold. The supply chain optimal strategy is discussed in the case of noncooperative and cooperative games, respectively. In the non-cooperative game, the seller offers the supply quantity, i. e. acts as a leader, and then the auction house submits reservation price, i. e. acts as a follower. In the cooperative game, the seller and the auction house make joint decisions of the supply quantity and the reservation price, i. e. they are cooperative partners. The analysis shows that the sales—subsidy contract cannot coordinate the supply chain in the noncooperative game, whereas can coordinate the supply chain in the cooperative game. On the linear frontier of the optimal contract parameters, the profit distribution between the seller and the auction house is determined by the bargaining strength and power. Adjusting the subsidy amount can balance the risk burden between the seller and the auction house. At the end of the paper, a numerical example is provided to verify the above conclusions.

The contributions of this paper are as follows. First, the interaction and profit allocation between the seller and the auction house in a multi—unit consignment auction are discussed. Second, the optimal strategic responses between the seller and the auction house to the sales—subsidy contract are investigated in the case of noncooperative and cooperative games, respectively. Third, some useful managerial insights are obtained: the traditional auction commission contract distorts bidding information from the buyers to the seller, whereas the sales—subsidy mechanism promotes the communication and cooperation between the seller and the auction house, and then optimizes the performance of the whole supply chain.

**Key words:** multi—unit auction; supply chain coordination; noncooperative game; cooperative game