文章编号：1003－207(2024)03－0105－11
DOI:10.16381/j.cnki.issn1003－207x.2020.0615

基于已实现EGARCH-FHS模型的上证50ETF期权定价研究

吴鑫育[1]，姜晓晴[1]，李心丹[2]，马超群[3]

(1. 安徽财经大学金融学院，安徽 蚌埠 233030；2. 南京大学工程管理学院，江苏 南京 210093；3. 湖南大学工商管理学院，湖南 长沙 410082)

摘 要：本文基于已实现EGARCH(REGARCH)模型，结合滤波历史模拟(FHS)方法，构建了REGARCH－FHS模型对期权定价。采用上证50ETF期权数据进行的实证研究结果表明，不论是在样本内还是样本外，REGARCH－FHS模型均相比Black－Scholes模型和GJR－GARCH－FHS模型具有更好的期权定价表现。具体地，在样本内，REGARCH－FHS模型相比Black－Scholes模型和GJR－GARCH－FHS模型在均方根定价误差(RMSE)方面分别改进了77.70%和15.64%；在样本外，分别改进了64.16%和5.40%。REGARCH－FHS模型对于GJR－GARCH－FHS模型的样本内改进主要体现在对短期(剩余期限少于60天)期权的定价，样本外改进主要体现在对短期(剩余期限为30～60天)期权的定价。上述结论对不同的定价表现评价指标是稳健的。研究结果凸显了引入已实现测度(价格极差)与灵活的FHS方法对于期权定价的重要性。

关键词：期权定价；已实现EGARCH；GJR－GARCH；FHS；价格极差

中图分类号：F830.9 **文献标识码：**A

1 引言

近年来，我国金融衍生产品市场发展迅速，越来越多的金融衍生产品上市交易。特别地，2015年2月9日，我国金融市场迎来第一只场内交易的股票期权产品——上证50ETF期权，标志着我国金融衍生产品市场期权时代的开启。期权的推出进一步丰富了我国金融市场的投资品种，与此同时，寻找合理的定价模型对期权定价的研究变得越来越紧迫与重要，其对于投资者的投资决策与风险管理以及促进期权市场的稳步发展都具有重要的理论价值与实践意义。

传统上，对于期权定价的研究主要基于Black－Scholes模型[1]。该模型假设标的资产收益率服从正态分布且波动率是常数。然而，这些假设与实际市场不符，造成期权定价误差与“波动率微笑”。实际中，资产收益率往往呈现偏斜、尖峰厚尾等非正态性分布特征，资产收益率的波动率也具有时变性、聚集性与非对称性等复杂特征。合理的期权定价模型应当充分考虑到标的资产收益率及其波动率的这些特征事实。基于此，一些学者提出了随机波动率模型对期权定价，例如Hull和White[2]以及Heston[3]。但是，由于随机波动率模型在估计上的困难，给定价模型的实际应用带来不便。

GARCH模型为描述资产收益率动态性提供了一个有效的工具[4]。该模型能够捕获资产收益率的诸多重要经验特征事实，例如尖峰厚尾、波动率时变性与聚集性，而且该模型结构简单、参数估计相对容易，并且具有良好的波动率预测效果，因而在金融学文献以及实践中获得了广泛的关注与应用。Duan[5]、Heston和Nandi[6]将GARCH模型应用于期权定价，提出了GARCH期权定价模型，并在实际应用中获得了成功。但是，他们提出的模型假设资产收益率新息服从正态分布，不足以刻画资产收益率分布的非正态性(偏斜、尖峰厚尾)，而且，模型中客观与风险中性收益率动态性是建立在一致参数体系下，客观与风险中性测度下的波动率过程具有完全相同的分布(由相同的模型参数驱动)，模型设定过于严格，导致期权定价仍存在一定的误差。为了

收稿日期：2020－04－07；**修订日期：**2022－10－23
基金项目：国家自然科学基金项目(71971001)；安徽省自然科学基金项目(2208085Y21)；安徽省高校杰出青年科研项目(2022AH020047)；安徽省高校学科(专业)拔尖人才学术项目(gxbjZD2022019)；安徽省高校优秀科研创新团队项目(2022AH010045)；安徽高校协同创新项目(GXXT－2021－078)
通讯作者简介：吴鑫育(1982—)，男(汉族)，湖南衡山人，安徽财经大学金融学院，教授，博士生导师，研究方向：金融工程与风险管理，E-mail：xywu@aufe.edu.cn.

克服 Duan[5]、Heston 和 Nandi[6]提出模型的缺点，Barone－Adesi 等[7]在 GARCH 体系下，提出 GJR－GARCH－FHS 模型对期权定价，进一步改进了期权定价表现。GJR－GARCH－FHS 模型基于非参数方法——滤波历史模拟（FHS）方法对收益率新息建模，能够捕获收益率新息的非正态性。同时，该模型构建于不完全市场体系下，具有易于实现、允许灵活的测度变换（标的资产收益率动态性在客观与风险中性测度下具有不同的分布）以及能够捕获波动率非对称性（杠杆效应）的优点。最近，Jiang 和 Laza[8]在 GARCH－FHS 模型基础上提出了一个新的 VIX 预测方法，发现 FHS 方法能够改进 VIX 预测精确性。

GARCH 模型利用日度收益率来建模和估计波动率。但是，日度收益率仅基于收盘价计算得到，忽略了日内价格变动的信息。随着日内高频数据可以越来越容易地获取，运用高频数据计算已实现测度（例如已实现波动率、价格极差）对波动率进行估计成为当前研究的热点。已实现测度的优点是构造简单且充分利用了交易日内的信息，其比日度收益率包含更多的关于当前波动率水平的信息，可以给出更精确的波动率估计结果[9,10]。由此，一些学者考虑引入已实现测度对期权定价，研究表明，其能够显著改进期权定价表现，例如 Corsi 等[11]、Christoffersen 等[12]和 Majewski 等[13]。然而，这些研究都没有考虑到已实现测度的偏差问题，把已实现测度当成真实波动率的无偏估计。实际中，由于受到非交易时间和市场微观结构噪声的影响，已实现测度往往是真实波动率的有偏估计。Hansen 等[14]在 GARCH 体系下，提出了对资产收益率和已实现测度联合建模的已实现 GARCH 模型，使得日内与日度信息完美结合起来。已实现 GARCH 模型是数据驱动的模型，模型结构简单，便于估计与滤波，能够对市场波动率的急剧变化进行快速反映。更为重要的是，该模型中度量方程的引入使得模型能够自动调整由于非交易时间和微观结构噪声导致的已实现测度的偏差。随后，为了更灵活地捕获杠杆效应，Hansen 和 Huang[15]对已实现 GARCH 模型进行了拓展，提出了已实现 EGARCH 模型。研究发现，R(E)GARCH 模型相比传统的 GARCH 模型具有更好的波动率预测、市场风险测度以及期权定价效果，在文献中获得了广泛的关注[16－26]。

关于上证 50ETF 期权的定价，目前国内相关的研究还相对较少。例如，吴鑫育等[27]构建时变风险厌恶随机波动率期权定价模型对上证 50ETF 期权进行了定价；王西梅等[28]基于局部波动率模型对上证 50ETF 期权进行了定价；潘志远等[29]综合考虑国际溢出效应和宏观基本面因素对上证 50ETF 期权进行了定价；潘冬涛和马勇[30]考虑了自刺激跳跃与随机波动率交叉反馈下的上证 50ETF 期权定价问题；孙有发等[31]提出基于特征函数局部结构微扰法的行为期权定价方法，并将其应用于上证 50ETF 期权市场；成思聪和王天一[32]探讨了隔夜信息对上证 50ETF 期权定价的影响；柳向东和洪绍鹏[33]提出粗糙带非对称跳 Heston 模型对上证 50ETF 期权进行了定价；李庆等[34]拓展考虑多维因素（行权期限、标的资产、波动率和无风险利率）无套利约束的非参数期权定价模型，并对上证 50ETF 期权进行了定价。但上述研究都没有考虑将基于日内数据构建的已实现测度引入上证 50ETF 期权的定价中。最近，瞿慧和陈静雯[35]、瞿慧和何佳诺[36]考虑了基于已实现波动率模型的上证 50ETF 期权定价问题。但是，一方面，他们在其模型中并未考虑到已实现测度的偏差问题；另一方面，他们也没有考虑到收益率新息的非正态性。

基于以上分析，本文基于 REGARCH 模型，结合非参数的 FHS 方法，构建 REGARCH－FHS 模型对期权进行定价，并采用我国上证 50ETF 期权数据进行实证分析。本文构建的 REGARCH－FHS 模型通过引入标的资产已实现测度包含的丰富日内信息对期权定价，扩展了传统的 GJR－GARCH－FHS 期权定价模型。同时，构建的 REGARCH－FHS 期权定价模型考虑了标的资产已实现测度的偏差问题，并采用 FHS 方法来捕获标的资产收益率新息的非正态性，克服了已有关于上证 50ETF 期权定价研究的缺陷。而且，模型还具有易于实现、允许灵活的测度变换以及能够捕获波动率非对称性（杠杆效应）的优点。实证结果验证了本文提出的模型在上证 50ETF 期权定价中的优越性。

2 REGARCH-FHS 期权定价模型

为了描述客观测度下标的资产收益率动态性，采用如下 REGARCH 模型：

$$r_t = \log(S_t/S_{t-1}) = \mu + \sqrt{h_t}\, z_t, \quad z_t \sim f_z(0,1) \tag{1}$$

$$\log h_t = \omega + \beta \log h_{t-1} + \delta(z_{t-1}) + \gamma u_{t-1} \tag{2}$$

$$\log x_t = \xi + \varphi \log h_t + \nu(z_t) + u_t, \quad u_t \sim f_u(0, \sigma_u^2) \tag{3}$$

其中，S_t 是 t 时刻的标的资产价格；r_t 是 t 时刻的标的资产（对数）收益率；x_t 是 t 时刻的标的资产已实现测度；h_t 是基于 $t-1$ 时刻信息集 F_{t-1} 的条件方差；$\delta(z_t)$ 与 $\nu(z_t)$ 是杠杆函数，捕获波动率非对称性（波动率对于坏消息（$z_t < 0$）与好消息（$z_t \geq 0$）的非对称

反应)，其形式为二次型：

$$\delta(z_t)=\delta_1 z_t+\delta_2(z_t^2-1) \tag{4}$$

$$\nu(z_t)=\nu_1 z_t+\nu_2(z_t^2-1) \tag{5}$$

满足 $E(\delta(z_t))=E(\nu(z_t))=0$。REGARCH 模型是 Hansen 等[14]提出的 RGARCH 模型的改进模型，通过引入两个杠杆函数来更灵活地捕获杠杆效应。Hansen 和 Huang[15]研究表明，REGARCH 模型相比 RGARCH 模型具有更好的数据拟合效果。

REGARCH 模型中的方程(1)～方程(3)分别称为收益方程、GARCH 方程和度量方程。度量方程(3)将已实现测度与波动率联系起来，参数 ξ 与 φ 用于修正由于非交易时间与市场微观结构噪声引起的已实现测度的偏差。实际中，为了简化常假设 $\varphi=1$[15,17]，z_t 是收益率新息(均值为 0，方差为 1)，u_t 是已实现测度新息(均值为 0，方差为 σ_u^2)，在 Hansen 和 Huang[15]提出的标准的 REGARCH 模型中，假设它们均服从正态分布，与实际通常不相符。尤其是收益率新息服从正态分布的假设，与实际存在较大偏差，会对风险度量与期权定价产生重要影响[19,37]。基于此，本文采用 FHS 方法对这些新息建模，假设 z_t 和 u_t 分别抽取自其经验密度函数 f_z 和 f_u，以捕获真实的新息的非正态性(例如偏斜、尖峰厚尾)。

上述 REGARCH－FHS 模型是建立在客观测度下，为了对期权进行定价，需要进行测度变换(客观测度变换到风险中性测度)。本文识别风险中性测度下标的资产收益率动态性为：

$$r_t=\log(S_t/S_{t-1})=\mu^*+\sqrt{h_t}\,z_t,\quad z_t\sim f_z(0,1) \tag{6}$$

$$\log h_t=\omega^*+\beta^*\log h_{t-1}+\delta^*(z_{t-1})+\gamma^* u_{t-1} \tag{7}$$

$$\log x_t=\xi^*+\varphi^*\log h_t+\nu^*(z_t)+u_t,\ u_t\sim f_u(0,\sigma_u^2) \tag{8}$$

其中，

$$\delta^*(z_t)=\delta_1^* z_t+\delta_2^*(z_t^2-1) \tag{9}$$

$$\nu^*(z_t)=\nu_1^* z_t+\nu_2^*(z_t^2-1) \tag{10}$$

风险中性漂移项 μ^* 确保风险中性测度下标的资产贴现价格过程是一个鞅，即 $\tilde{E}[e^{-r}S_t|F_{t-1}]=S_{t-1}$，其中，$r$ 是无风险利率。

为了计算期权价格，采用 FHS 方法。具体地，计算 t 时刻执行价格为 K、剩余期限为 τ 的期权价格为：

$$V=\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}e^{-r\tau}g(S_T^{(l)}) \tag{11}$$

其中，$T=t+\tau$，$g(S_T^{(l)})=\max(S_T^{(l)}-K,0)$(看涨期权)或 $\max(K-S_T^{(l)},0)$(看跌期权)，$S_T^{(l)}$ 是第 l 条标的资产价格模拟路径在 T 时刻的值，L 是标的资产价格模拟路径数目。S_T 的模拟是基于 FHS 方法，即：

$$S_T=S_t\exp\left(\tau\mu^*+\sum_{i=1}^{\tau}\sqrt{h_{t+i}}\,z_{[i]}\right) \tag{12}$$

其中，$z_{[i]}$ 是从估计的收益率新息中随机抽取的样本，h_{t+i} 是根据 $z_{[i]}$ 与 $u_{[i]}$ 及 GARCH 方程(7)模拟计算得到。为了降低蒙特卡罗方差，模拟过程中采用了 Duan 和 Simonato[38]提出的经验鞅模拟方法。

为了校准模型定价参数 $\theta^*=\{\omega^*,\beta^*,\gamma^*,\delta_1^*,\delta_2^*\}$，采用期权价格数据，通过最小化模型均方定价误差实现。根据 Barone－Adesi 等[7]，模型定价参数 θ^* 随时间及期权样本数目变化，以更好地拟合样本内期权价格。具体地，采用第 t 日的截面期权价格数据，求解如下最小化问题：

$$\hat{\theta}_t^*=\arg\min_{\theta_t^*}\sum_{j=1}^{N_t}(V_j-V_j(\theta_t^*))^2 \tag{13}$$

其中，N_t 是第 t 日的期权合约数目，V_j 是期权市场价格，$V_j(\theta_t^*)$ 是 REGARCH－FHS 模型价格。

REGARCH－FHS 模型对标的资产收益率与已实现测度联合建模，因此引入了标的资产已实现测度包含的丰富日内信息对期权定价，扩展了传统的 GJR－GARCH－FHS 期权定价模型。同时，与 GJR－GARCH－FHS 模型直接对波动率建模不同，REGARCH－FHS 模型采用对数线性识别形式，模型估计中避免了参数约束的问题。而且，该模型还具有如下优点：(1)构建于 GARCH 体系下，模型易于实现；(2)允许灵活的测度变换(客观与风险中性测度下的标的资产收益率动态性具有不同的分布)，有助于更灵活地拟合期权市场价格；(3)能够捕获波动率非对称性(杠杆效应)与新息分布非正态性。

3　实证研究

3.1　数据

本文采用我国上证 50ETF 期权的收盘价数据，对提出的 REGARCH－FHS 模型的定价能力进行实证分析。上证 50ETF 期权属于欧式期权，期权合约到期月份包括当月、下月及随后两个季月，期权行权价格有 9 个，包括 1 个平值合约、4 个虚值合约与 4 个实值合约。期权数据的抽样阶段选取为 2019 年 1 月 2 日—2021 年 12 月 31 日。选取每周三的认购期权数据为样本内数据，用于校准定价模型参数；选取每周四的认购期权数据为样本外数据，考察模型样本外定价能力。期权数据来源于国泰安(CSMAR)数据库。在所有期权样本中，剔除明显违背无套利条件的样本。另外，考虑到临近到期日的期权可能会存在流动性匮乏、投机等现象，期权

价格波动较为剧烈,因此本文剔除了剩余期限少于7天的期权数据。最后,得到样本内期权数据共8443个,样本外期权数据共8301个。样本内和样本外期权的基本信息(按实值度(S/K)和剩余期限分类)分别如表1和表2所示。从中可以看到,不论是样本内还是样本外,大部分期权属于深度虚值(实值度小于0.94)与深度实值(实值度大于或等于1.06)期权。

表1　样本内上证50ETF期权基本信息

期权类型	实值度	DTM(日) 7－30	30－60	60－120	≥120	全部
OTM	＜0.94	636 (0.0031)	534 (0.0119)	612 (0.0295)	768 (0.0662)	2550 (0.0302)
	0.94－0.97	205 (0.0141)	188 (0.0378)	174 (0.0760)	266 (0.1252)	833 (0.0679)
ATM	0.97－1.00	217 (0.0362)	196 (0.0669)	180 (0.1129)	275 (0.1618)	868 (0.0988)
	1.00－1.03	231 (0.0801)	211 (0.1111)	188 (0.1559)	284 (0.2056)	914 (0.1418)
ITM	1.03－1.06	195 (0.1473)	199 (0.1688)	190 (0.2080)	283 (0.2529)	867 (0.2000)
	≥1.06	544 (0.4038)	406 (0.3561)	673 (0.4417)	788 (0.4209)	2411 (0.4119)
全部		2028 (0.1379)	1734 (0.1316)	2017 (0.2071)	2664 (0.2216)	8443 (0.1795)

注:表中的数字分别是期权合约数与期权均价(括号中数字);OTM是虚值期权,ATM是平价期权,ITM是实值期权,DTM是期权剩余期限。下同。

表2　样本外上证50ETF期权基本信息

期权类型	实值度	DTM(日) 7－30	30－60	60－120	≥120	全部
OTM	＜0.94	457 (0.0037)	542 (0.0118)	642 (0.0288)	793 (0.0672)	2434 (0.0328)
	0.94－0.97	150 (0.0162)	199 (0.0371)	195 (0.0724)	280 (0.1235)	824 (0.0710)
ATM	0.97－1.00	165 (0.0407)	211 (0.0668)	199 (0.1099)	288 (0.1643)	863 (0.1043)
	1.00－1.03	172 (0.0854)	222 (0.1105)	220 (0.1525)	314 (0.2058)	928 (0.1481)
ITM	1.03－1.06	147 (0.1504)	208 (0.1691)	200 (0.2086)	288 (0.2549)	843 (0.2045)
	≥1.06	452 (0.3887)	435 (0.3500)	698 (0.4257)	824 (0.4148)	2409 (0.4014)
全部		1543 (0.1447)	1817 (0.1320)	2154 (0.1982)	2787 (0.2207)	8301 (0.1813)

关于无风险利率,本文选取1周、2周、1个月、3个月、6个月、9个月和1年的上海银行间同业拆借利率(SHIBOR),并采用线性插值法计算得到与期权剩余期限相应的无风险利率。SHIBOR数据来源于WIND资讯。

为了估计客观模型,采用标的上证50ETF对数收益率(基于收盘价计算得到)与已实现测度数据。受限于上证50ETF高频数据的可获得性,本文选取上证50ETF已实现测度为基于最高价与最低价计算的价格极差。上证50ETF价格极差定义为:

$$RNG_t = \frac{1}{4\log 2}(\log H_t - \log L_t)^2 \tag{14}$$

其中,H_t是上证50ETF在第t日的最高价,L_t是上证50ETF在第t日的最低价。由于股票市场中每天交易的最高价和最低价相比日内高频数据在数据的获取上更为容易,使得基于价格极差的波动率估计方法具有广泛的适用性。Parkinson[9]研究发现,价格极差波动率估计量比基于日度收益率的波动率估计量(平方日度收益率)具有更高的效率。特别地,Degiannakis和Livada[39]研究发现,价格极差波动率估计量比基于5个或更少的等距点计算的已实

现波动率估计量更为精确。用于计算标的上证50ETF收益率与价格极差的数据(包括开盘价、最高价、最低价和收盘价)来源于WIND资讯。

3.2 定价模型校准

本文对定价模型在每周三重复进行校准,样本期内总共需要校准148次。具体地,为了校准定价模型,在每周三,采用历史的(从2005年2月24日起的)标的上证50ETF收益率与价格极差数据,应用拟极大似然方法估计客观模型,得到新息估计。进一步,基于每周三的(样本内)期权截面数据,采用FHS方法(选取模拟路径数$L=20000$)对定价模型进行校准。定价模型风险中性参数在每周三的校准结果的描述性统计(均值与标准差)如表3所示。

表3　定价模型风险中性参数的校准结果

GJR－GARCH－FHS			REGARCH－FHS		
参数	均值	标准差	参数	均值	标准差
$\omega^*\times10^5$	3.0405	1.9726	ω^*	0.0185	0.0144
β^*	0.7247	0.3077	β^*	0.9874	0.1647
α^*	0.1336	0.0696	γ^*	0.1284	0.0405
γ^*	0.0818	0.0271	δ_1^*	0.4778	0.6335
			δ_2^*	1.1232	0.7984

注:风险中性GJR－GARCH－FHS模型的形式为$r_t=\log(S_t/S_{t-1})=\mu^*+\varepsilon_t$,$h_t=\omega^*+\beta^*h_{t-1}+\alpha^*\varepsilon_{t-1}^2+\gamma^*I(\varepsilon_{t-1}<0)\varepsilon_{t-1}^2$,其中$\varepsilon_t=\sqrt{h_t}z_t$,$z_t\sim f_z(0,1)$。

3.3 样本内定价结果

为了比较分析各模型的期权定价能力,采用如下均方根误差(RMSE):

$$RMSE=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(V_i^{\mathrm{mod}}-V_i^{\mathrm{mkt}})^2} \tag{15}$$

其中V^{mod}是期权模型价格,V^{mkt}是期权市场价格。

根据实值度和剩余期限将期权分为不同的类别,表4给出了各模型对不同类别样本内上证50ETF期权定价的结果。从表4中可以看到,结合了GARCH波动率与FHS方法的GJR－GARCH－FHS模型和REGARCH－FHS模型相比Black－Scholes模型具有明显更为优越的样本内定价表现(明显更低的RMSE)。总体上,GJR－GARCH－FHS模型和REGARCH－FHS模型相比Black－Scholes模型在$RMSE$方面分别改进了73.56%和77.70%;引入已实现测度(价格极差)的REGARCH－FHS模型相比未引入已实现测度(价格极差)的GJR－GARCH－FHS模型具有更好的样本内定价表现,REGARCH－FHS模型相比GJR－GARCH－FHS模型在RMSE方面改进了15.64%。此外,从表中还可以看到,REGARCH－FHS模型对于GJR－GARCH－FHS模型的改进最主要体现在对短期(剩余期限少于60天)期权的定价。

3.4 样本外定价结果

与样本内的期权定价相比,实际中更关注于样本外的期权定价。基于每周三(样本内)的定价模型校准结果,下面考虑对每周四(样本外)的期权进行定价。为了对周四的期权定价,需要对周四标的上证50ETF收益率的波动率h_{t+1}进行预测,这可以容易地基于周三估计的波动率及GARCH方程计算得到。表5给出了各模型对不同类别(根据实值度和剩余期限分类)样本外上证50ETF期权定价的结果。从表5中可以看到,GJR－GARCH－FHS模型和REGARCH－FHS模型相比Black－Scholes模型具有明显更为优越的样本外定价表现(明显更低的RMSE)。总体上,GJR－GARCH－FHS模型和REGARCH－FHS模型相比Black－Scholes模型在RMSE方面分别改进了62.11%和64.16%,低于样本内RMSE的改进程度;REGARCH－FHS模型相比GJR－GARCH－FHS模型具有更好的样本外定价表现,REGARCH－FHS模型相比GJR－GARCH－FHS模型在RMSE方面改进了5.40%。此外,从表5中还可以看到,REGARCH－FHS模型对于GJR－GARCH－FHS模型的改进最主要体现在对短期(剩余期限为30～60天)期权的定价。

3.5 稳健性分析

为了检验期权定价结果的稳健性,本文考虑不同的定价表现评价指标,即平均绝对误差(MAE)和基于隐含波动率的均方根误差($IVRMSE$):

$$MAE=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|V_i^{mod}-V_i^{mkt}| \tag{16}$$

$$IVRMSE=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(IV_i^{mod}-IV_i^{mkt})^2} \tag{17}$$

其中,V^{mod}是期权模型价格,V^{mkt}是期权市场价格,IV^{mod}是基于期权模型价格计算的隐含Black－Scholes波动率,IV^{mkt}是基于期权市场价格计算的隐含Black－Scholes波动率。

表6和表7分别给出了各模型对样本内和样本

表 4　样本内上证 50ETF 期权定价误差

期权类型	实值度	模型	DTM(日) 7－30	30－60	60－120	≥120	全部
OTM	<0.94	B－S	3.5359E－03	7.6297E－03	1.3969E－02	2.0004E－02	1.3515E－02
		GJR－GARCH－FHS	1.8738E－03	3.2894E－03	2.8205E－03	2.7164E－03	2.6969E－03
		REGARCH－FHS	1.6540E－03	2.6768E－03	1.9235E－03	2.3366E－03	2.1714E－03
	0.94－0.97	B－S	8.3879E－03	1.3557E－02	2.1412E－02	2.6886E－02	1.9631E－02
		GJR－GARCH－FHS	4.4672E－03	5.5626E－03	4.1090E－03	3.5632E－03	4.4131E－03
		REGARCH－FHS	3.4094E－03	3.5357E－03	2.6124E－03	2.6618E－03	3.0611E－03
ATM	0.97－1.00	B－S	1.1347E－02	1.5431E－02	2.3400E－02	2.9226E－02	2.1683E－02
		GJR－GARCH－FHS	5.0262E－03	5.4034E－03	4.0562E－03	3.8468E－03	4.5835E－03
		REGARCH－FHS	4.1204E－03	3.1454E－03	3.1184E－03	2.8653E－03	3.3311E－03
	1.00－1.03	B－S	1.1576E－02	1.6679E－02	2.4069E－02	3.1353E－02	2.2863E－02
		GJR－GARCH－FHS	5.2734E－03	5.2139E－03	4.6503E－03	4.0159E－03	4.7711E－03
		REGARCH－FHS	4.2771E－03	3.5816E－03	4.3862E－03	3.2369E－03	3.8468E－03
ITM	1.03－1.06	B－S	8.9476E－03	1.4795E－02	2.4509E－02	3.3090E－02	2.3607E－02
		GJR－GARCH－FHS	4.0432E－03	5.6113E－03	3.6337E－03	4.0738E－03	4.3834E－03
		REGARCH－FHS	3.1976E－03	4.6228E－03	3.3334E－03	3.0422E－03	3.5582E－03
	≥1.06	B－S	9.0866E－03	1.1316E－02	2.0199E－02	2.8324E－02	2.0403E－02
		GJR－GARCH－FHS	7.6410E－03	7.0269E－03	7.3522E－03	7.3183E－03	7.3540E－03
		REGARCH－FHS	7.2383E－03	6.3391E－03	6.4938E－03	6.1727E－03	6.5432E－03
全部		B－S	8.3619E－03	1.2398E－02	1.9858E－02	2.7095E－02	1.9344E－02
		GJR－GARCH－FHS	5.1208E－03	5.3357E－03	5.1608E－03	4.9241E－03	5.1146E－03
		REGARCH－FHS	4.5794E－03	4.2547E－03	4.4147E－03	4.0620E－03	4.3147E－03

注：表中的数字是期权定价的均方根误差(*RMSE*)，OTM 是虚值期权，ATM 是平价期权，ITM 是实值期权，DTM 是期权剩余期限。下同。

表 5　样本外上证 50ETF 期权定价误差

期权类型	实值度	模型	DTM(日) 7－30	30－60	60－120	≥120	全部
OTM	<0.94	B－S	4.0896E－03	8.2770E－03	1.4610E－02	2.0684E－02	1.4632E－02
		GJR－GARCH－FHS	2.5662E－03	4.0493E－03	5.1928E－03	6.3027E－03	4.9942E－03
		REGARCH－FHS	2.7642E－03	3.7519E－03	4.5830E－03	5.4786E－03	4.4596E－03
	0.94－0.97	B－S	8.8154E－03	1.3665E－02	2.0014E－02	2.6847E－02	1.9974E－02
		GJR－GARCH－FHS	5.5506E－03	6.9539E－03	7.2061E－03	8.6342E－03	7.4100E－03
		REGARCH－FHS	5.2223E－03	5.5841E－03	6.5339E－03	7.7191E－03	6.5457E－03
ATM	0.97－1.00	B－S	1.2460E－02	1.5790E－02	2.2983E－02	2.9762E－02	2.2540E－02
		GJR－GARCH－FHS	7.1535E－03	7.1474E－03	7.9649E－03	8.7554E－03	7.9047E－03
		REGARCH－FHS	7.1398E－03	6.1064E－03	7.6248E－03	8.0609E－03	7.3453E－03
	1.00－1.03	B－S	1.2591E－02	1.6457E－02	2.3582E－02	3.2347E－02	2.4084E－02
		GJR－GARCH－FHS	7.0858E－03	7.1920E－03	8.2621E－03	9.2343E－03	8.1680E－03
		REGARCH－FHS	6.9728E－03	6.3219E－03	8.1398E－03	8.9038E－03	7.8169E－03
ITM	1.03－1.06	B－S	9.1223E－03	1.5077E－02	2.3474E－02	3.3935E－02	2.4388E－02
		GJR－GARCH－FHS	5.5382E－03	7.2139E－03	8.0524E－03	9.0369E－03	7.8404E－03
		REGARCH－FHS	5.6700E－03	6.8107E－03	8.1909E－03	8.9017E－03	7.7485E－03
	≥1.06	B－S	8.3495E－03	1.0462E－02	1.9412E－02	2.9200E－02	2.0825E－02
		GJR－GARCH－FHS	7.2649E－03	7.5738E－03	9.0579E－03	1.1260E－02	9.3488E－03
		REGARCH－FHS	7.1625E－03	7.2246E－03	8.5548E－03	1.0943E－02	9.0121E－03
全部		B－S	8.6678E－03	1.2456E－02	1.9461E－02	2.7833E－02	2.0157E－02
		GJR－GARCH－FHS	5.8649E－03	6.4907E－03	7.6275E－03	9.0689E－03	7.6371E－03
		REGARCH－FHS	5.8203E－03	5.8850E－03	7.2255E－03	8.5889E－03	7.2244E－03

外上证 50ETF 期权定价的 *MAE* 和 *IVRMSE*。可以看到，基于 *MAE* 和 *IVRMSE* 对各模型定价表现的排序与基于 *RMSE* 的总体一致，验证了本文结论的可靠性。

表 6　样本内上证 50ETF 期权定价误差：MAE 和 IVRMSE

期权类型	实值度	模型	DTM(日) 7－30	30－60	60－120	≥120	全部
			MAE				
OTM	＜0.94	B－S	1.9292E－03	4.7425E－03	9.7436E－03	1.4788E－02	8.2665E－03
		GJR－GARCH－FHS	1.1551E－03	2.3350E－03	2.0911E－03	2.0621E－03	1.9000E－03
		REGARCH－FHS	1.0628E－03	1.9649E－03	1.4316E－03	1.7287E－03	1.5408E－03
	0.94－0.97	B－S	5.6035E－03	1.0069E－02	1.6614E－02	2.1495E－02	1.3986E－02
		GJR－GARCH－FHS	2.9090E－03	3.7051E－03	2.6574E－03	2.6466E－03	2.9523E－03
		REGARCH－FHS	2.3403E－03	2.7314E－03	1.8275E－03	1.8692E－03	2.1710E－03
ATM	0.97－1.00	B－S	8.6518E－03	1.2016E－02	1.8949E－02	2.3761E－02	1.6334E－02
		GJR－GARCH－FHS	3.3832E－03	3.6930E－03	2.7538E－03	2.8336E－03	3.1485E－03
		REGARCH－FHS	2.8025E－03	2.3325E－03	2.0289E－03	2.0647E－03	2.3022E－03
	1.00－1.03	B－S	9.0994E－03	1.3133E－02	1.9593E－02	2.5610E－02	1.7319E－02
		GJR－GARCH－FHS	3.6453E－03	3.7441E－03	2.7084E－03	2.6756E－03	3.1741E－03
		REGARCH－FHS	2.8688E－03	2.6507E－03	2.5695E－03	2.0012E－03	2.4873E－03
ITM	1.03－1.06	B－S	6.5596E－03	1.1765E－02	2.0310E－02	2.7459E－02	1.7589E－02
		GJR－GARCH－FHS	3.0400E－03	4.0551E－03	2.6957E－03	2.9177E－03	3.1576E－03
		REGARCH－FHS	2.3705E－03	3.0947E－03	2.4451E－03	1.9603E－03	2.4192E－03
	≥1.06	B－S	5.6774E－03	7.8923E－03	1.5770E－02	2.3002E－02	1.4530E－02
		GJR－GARCH－FHS	4.2241E－03	4.4357E－03	4.3482E－03	5.2830E－03	4.6405E－03
		REGARCH－FHS	3.9395E－03	3.7877E－03	3.6871E－03	4.3464E－03	3.9765E－03
全部		B－S	5.2873E－03	8.7066E－03	1.5082E－02	2.1313E－02	1.3386E－02
		GJR－GARCH－FHS	2.8589E－03	3.4978E－03	3.0667E－03	3.3091E－03	3.1818E－03
		REGARCH－FHS	2.4812E－03	2.7295E－03	2.4732E－03	2.6054E－03	2.5695E－03
			IVRMSE				
OTM	＜0.94	B－S	4.2867E－02	3.6045E－02	3.7156E－02	3.0613E－02	3.6660E－02
		GJR－GARCH－FHS	5.1509E－02	2.0545E－02	9.9229E－03	4.2903E－03	2.7916E－02
		REGARCH－FHS	3.8335E－02	1.8313E－02	6.8822E－03	3.7417E－03	2.1268E－02
	0.94－0.97	B－S	4.4185E－02	3.9134E－02	3.8885E－02	3.3094E－02	3.8622E－02
		GJR－GARCH－FHS	2.7982E－02	1.5461E－02	7.2315E－03	4.3397E－03	1.6235E－02
		REGARCH－FHS	2.5883E－02	1.0609E－02	4.9960E－03	3.3353E－03	1.4108E－02
ATM	0.97－1.00	B－S	4.7035E－02	3.8441E－02	3.9469E－02	3.5174E－02	4.0022E－02
		GJR－GARCH－FHS	2.2702E－02	1.3039E－02	7.1064E－03	4.7470E－03	1.3596E－02
		REGARCH－FHS	2.0180E－02	7.8716E－03	5.8768E－03	3.6480E－03	1.1277E－02
	1.00－1.03	B－S	5.6157E－02	4.4498E－02	4.2190E－02	3.9307E－02	4.5830E－02
		GJR－GARCH－FHS	3.0515E－02	1.3013E－02	9.8559E－03	5.5197E－03	1.7432E－02
		REGARCH－FHS	2.6333E－02	9.1103E－03	9.4042E－03	4.6336E－03	1.4808E－02
ITM	1.03－1.06	B－S	6.4040E－02	7.2139E－02	6.7101E－02	4.8039E－02	6.2104E－02
		GJR－GARCH－FHS	5.1793E－02	2.2824E－02	1.2089E－02	6.1370E－03	2.7699E－02
		REGARCH－FHS	3.8489E－02	1.7645E－02	9.2008E－03	4.6719E－03	2.0744E－02
	≥1.06	B－S	1.5030E－01	1.2644E－01	1.7720E－01	2.0033E－01	1.7225E－01
		GJR－GARCH－FHS	1.1658E－01	9.6159E－02	8.0214E－02	8.0266E－02	9.2334E－02
		REGARCH－FHS	1.1084E－01	9.5470E－02	8.2651E－02	5.7973E－02	8.5512E－02
全部		B－S	8.8453E－02	7.2903E－02	1.0842E－01	1.1308E－01	9.9066E－02
		GJR－GARCH－FHS	7.0543E－02	4.9199E－02	4.6996E－02	4.3846E－02	5.3166E－02
		REGARCH－FHS	6.3948E－02	4.7984E－02	4.8116E－02	3.1706E－02	4.8222E－02

注：*MAE* 是平均绝对误差，*IVRMSE* 是基于隐含波动率的均方根误差，OTM 是虚值期权，ATM 是平价期权，ITM 是实值期权，DTM 是期权剩余期限。

表 7　样本外上证 50ETF 期权定价误差:MAE 和 IVRMSE

期权类型	实值度	模型	DTM(日)				全部
			7－30	30－60	60－120	≥120	
MAE							
OTM	<0.94	B－S	2.2797E－03	4.9864E－03	9.7884E－03	1.5505E－02	9.1716E－03
		GJR－GARCH－FHS	1.4755E－03	2.6252E－03	3.4057E－03	4.5101E－03	3.2293E－03
		REGARCH－FHS	1.5793E－03	2.7195E－03	3.2291E－03	4.1838E－03	3.1169E－03
	0.94－0.97	B－S	6.0396E－03	9.7550E－03	1.4930E－02	2.1407E－02	1.4263E－02
		GJR－GARCH－FHS	3.5352E－03	4.8565E－03	5.2307E－03	6.6321E－03	5.3079E－03
		REGARCH－FHS	3.6272E－03	4.4102E－03	4.9953E－03	6.0583E－03	4.9662E－03
ATM	0.97－1.00	B－S	9.5671E－03	1.2270E－02	1.8370E－02	2.4721E－02	1.7315E－02
		GJR－GARCH－FHS	4.6098E－03	5.2989E－03	5.7574E－03	6.7654E－03	5.7623E－03
		REGARCH－FHS	4.9705E－03	4.6211E－03	5.7425E－03	6.4568E－03	5.5591E－03
	1.00－1.03	B－S	9.7517E－03	1.2699E－02	1.8980E－02	2.6697E－02	1.8378E－02
		GJR－GARCH－FHS	4.7948E－03	5.4642E－03	5.6772E－03	6.9057E－03	5.8784E－03
		REGARCH－FHS	4.7678E－03	4.7466E－03	5.7320E－03	6.8126E－03	5.6832E－03
ITM	1.03－1.06	B－S	6.8097E－03	1.1895E－02	1.8892E－02	2.8300E－02	1.8273E－02
		GJR－GARCH－FHS	3.9887E－03	5.4647E－03	5.9044E－03	6.7346E－03	5.7455E－03
		REGARCH－FHS	4.0626E－03	4.8880E－03	6.0473E－03	6.6149E－03	5.6091E－03
	≥1.06	B－S	5.4626E－03	7.1540E－03	1.5150E－02	2.3657E－02	1.4799E－02
		GJR－GARCH－FHS	4.3327E－03	4.9680E－03	5.9581E－03	8.3455E－03	6.2910E－03
		REGARCH－FHS	4.3693E－03	4.6926E－03	5.6744E－03	7.8801E－03	6.0067E－03
全部		B－S	5.6214E－03	8.6067E－03	1.4568E－02	2.2044E－02	1.4110E－02
		GJR－GARCH－FHS	3.4573E－03	4.4129E－03	5.0793E－03	6.5901E－03	5.1392E－03
		REGARCH－FHS	3.5503E－03	4.0938E－03	4.9309E－03	6.2472E－03	4.9330E－03
IVRMSE							
OTM	<0.94	B－S	4.1198E－02	3.8320E－02	3.8805E－02	3.1439E－02	3.6944E－02
		GJR－GARCH－FHS	4.8912E－02	2.3448E－02	1.5643E－02	8.6633E－03	2.5702E－02
		REGARCH－FHS	4.5164E－02	2.1933E－02	1.2720E－02	7.9674E－03	2.3526E－02
	0.94－0.97	B－S	4.3163E－02	4.0630E－02	3.7566E－02	3.3187E－02	3.8027E－02
		GJR－GARCH－FHS	2.7963E－02	1.9656E－02	1.2084E－02	1.0133E－02	1.7467E－02
		REGARCH－FHS	2.6575E－02	1.5877E－02	1.1354E－02	9.2228E－03	1.5775E－02
ATM	0.97－1.00	B－S	4.9224E－02	4.0128E－02	3.9733E－02	3.5470E－02	4.0507E－02
		GJR－GARCH－FHS	2.6782E－02	1.7333E－02	1.2403E－02	9.9967E－03	1.6716E－02
		REGARCH－FHS	2.5976E－02	1.4647E－02	1.2192E－02	9.3245E－03	1.5645E－02
	1.00－1.03	B－S	5.3490E－02	4.4229E－02	4.2465E－02	4.0231E－02	4.4424E－02
		GJR－GARCH－FHS	2.6591E－02	1.8011E－02	1.4654E－02	1.1208E－02	1.7380E－02
		REGARCH－FHS	2.5400E－02	1.5814E－02	1.4898E－02	1.0927E－02	1.6505E－02
ITM	1.03－1.06	B－S	6.5917E－02	7.1564E－02	1.0343E－01	4.8590E－02	7.3252E－02
		GJR－GARCH－FHS	6.0601E－02	2.6208E－02	2.4782E－02	1.2010E－02	3.1699E－02
		REGARCH－FHS	3.5074E－02	2.3393E－02	1.9997E－02	1.1787E－02	2.2178E－02
	≥1.06	B－S	1.0106E－01	1.2797E－01	2.0582E－01	1.4147E－01	1.5490E－01
		GJR－GARCH－FHS	7.9306E－02	5.9539E－02	6.6627E－02	5.2613E－02	6.3665E－02
		REGARCH－FHS	8.6365E－02	4.8471E－02	7.2703E－02	4.9440E－02	6.4741E－02
全部		B－S	6.8318E－02	7.4511E－02	1.2501E－01	8.2858E－02	9.1885E－02
		GJR－GARCH－FHS	5.5968E－02	3.4758E－02	4.0222E－02	2.9824E－02	3.9562E－02
		REGARCH－FHS	5.5848E－02	2.9184E－02	4.2968E－02	2.8037E－02	3.8848E－02

注:*MAE* 是平均绝对误差,*IVRMSE* 是基于隐含波动率的均方根误差,OTM 是虚值期权,ATM 是平价期权,ITM 是实值期权,DTM 是期权剩余期限。

4　结语

传统的 Black－Scholes 期权定价模型假设标的资产收益率服从正态分布且波动率是常数,显然与实际不符。同时,考虑已实现测度包含的丰富日内信息对于波动率预测及期权定价具有重要作用。基于此,本文构建了 REGARCH－FHS 模型对期权进行定价。该模型引入了已实现测度(价格极差)对波动率建模,同时,采用灵活的 FHS 方法对标的资产收益率新息建模,扩展了传统的 GJR－

GARCH－FHS模型,具有易于实现、允许灵活的测度变换以及能够捕获波动率非对称性(杠杆效应)与新息分布非正态性的优点。

采用上证50ETF期权数据对提出的模型进行实证检验,结果表明:(1)不论是在样本内还是样本外,REGARCH－FHS模型均相比Black－Scholes模型和GJR－GARCH－FHS模型具有更好的期权定价表现。(2)在样本内,REGARCH－FHS模型相比Black－Scholes模型和GJR－GARCH－FHS模型在均方根定价误差(RMSE)方面分别改进了77.70%和15.64%;在样本外,分别改进了64.16%和5.40%。(3)REGARCH－FHS模型对于GJR－GARCH－FHS模型的样本内改进主要体现在对短期(剩余期限少于60天)期权的定价,样本外改进主要体现在对短期(剩余期限为30～60天)期权的定价。(4)上述结论对不同的定价表现评价指标是稳健的。研究结果凸显了引入已实现测度(价格极差)与灵活的FHS方法对于期权定价的重要性。

参考文献:

[1] Black F, Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities[J]. Journal of Political Economy, 1973, 81(3): 637－654.

[2] Hull J C, White A D. The pricing of options on asset with stochastic volatilities[J]. Journal of Finance, 1987, 42(2): 281－300.

[3] Heston S L. A closed－form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options [J]. The Review of Financial Studies, 1993, 6(2): 327－343.

[4] Bollerslev T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity[J]. Journal of Econometrics, 1986, 31: 307－327.

[5] Duan J C. The GARCH option pricing model[J]. Mathematical Finance, 1995, 5(1): 13－32.

[6] Heston S, Nandi S. A closed－form GARCH option valuation model[J]. The Review of Financial Studies, 2000, 13(3): 585－625.

[7] Barone－Adesi G, Engle R F, Mancini L. A GARCH option pricing model with filtered historical simulation [J]. The Review of Financial Studies, 2008, 21(3): 1223－1258.

[8] Jiang Y S, Lazar E. Forecasting VIX using filtered historical simulation[J]. Journal of Financial Econometrics, 2022, 20(4): 655－680.

[9] Parkinson M. The extreme value method for estimating the variance of the rate of return[J]. Journal of Business, 1980, 53(1): 61－65.

[10] Andersen T G, Bollerslev T, Diebold F X, et al. The distribution of realized stock return volatility[J]. Journal of Financial Economics, 2001, 61(1): 43－76.

[11] Corsi F, Fusari N, Vecchia D L. Realizing smiles: options pricing with realized volatility [J]. Journal of Financial Economics, 2013, 107(2): 284－304.

[12] Christoffersen P, Feunou B, Jacobs K, et al. The economic value of realized volatility: using high－frequency returns for option valuation[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 2014, 49(3): 663－697.

[13] Majewski A A, Bormetti G, Corsi F. Smile from the past: a general option pricing framework with multiple volatility and leverage components [J]. Journal of Econometrics, 2015, 187(2): 521－531.

[14] Hansen P R, Huang Z, Shek H H. Realized GARCH: a joint model for returns and realized measures of volatility[J]. Journal of Applied Econometrics, 2012, 27(6): 877－906.

[15] Hansen P R, Huang Z. Exponential GARCH modeling with realized measures of volatility[J]. Journal of Business & Economic Statistics, 2016, 34(2): 269－287.

[16] Huang Z, Wang T Y, Hansen P R. Option pricing with the realized GARCH model: an analytical approximation approach [J]. The Journal of Futures Markets, 2017, 37(4): 328－358.

[17] Wu X Y, Xia M, Zhang H M. Forecasting VaR using realized EGARCH model with skewness and kurtosis [J]. Finance Research Letters, 2020, 32, Article 101090.

[18] 王天一,黄卓. Realized GAS－GARCH及其在VaR预测中的应用[J]. 管理科学学报, 2015, 18(5): 79－86.
Wang T Y, Huang Z. Realized GAS－GARCH model and its application in Value－at－Risk forecast[J]. Journal of Management Sciences in China, 2015, 18(5): 79－86.

[19] 黄友珀,唐振鹏,周熙雯. 基于偏t分布realized GARCH模型的尾部风险估计[J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(9): 2200－2208.
Huang Y P, Tang Z P, Zhou X W. Estimation of tail risk based on realized GARCH model with skew－t distribution [J]. Systems Engineering－Theory & Practice, 2015, 35(9): 2200－2208.

[20] 黄友珀,唐振鹏,唐勇. 基于藤copula－已实现GARCH的组合收益分位数预测[J]. 系统工程学报, 2016, 31(1): 45－54.
Huang Y P, Tang Z P, Tang Y. Portfolio quantile forecasts based on vine copula and realized GARCH [J]. Journal of Systems Engineering, 2016, 31(1): 45－54.

[21] 施雅丰,艾春荣. 中国股市波动率的广义周内特征及其预测模型[J]. 系统工程理论与实践, 2016, 36(8): 1918－1927.
Shi Y F, Ai C R. A volatility model for Chinese stock market with generalized day－of－the－week effect[J].

Systems Engineering－Theory & Practice, 2016, 36(8): 1918－1927.

[22] 王天一，刘浩，黄卓．基于混频数据抽样的已实现波动率长记忆模型[J]．系统工程学报，2018，33(6)：812－822.

Wang T Y, Liu H, Huang Z. Model for the long memory of realized volatility based on mixed data sampling[J]. Journal of Systems Engineering, 2018, 33(6): 812－822.

[23] 蒋伟，顾研．基于广义已实现测度的Realized GARCH模型改进及应用[J]．数量经济技术经济研究，2019，36(7)：156－173.

Jiang W, Gu Y. Forecasting VaR: realized GARCH incorporating generalized realized measure[J]. Journal of Quantitative & Technological Economics, 2019, 36(7): 156－173.

[24] 蔡光辉，廖亚琴．基于结构突变的动态高阶矩Realized EGARCH模型及应用[J]．数量经济技术经济研究，2021，38(1)：157－173.

Cai G H, Liu Y Q. Dynamic higher moments realized EGARCH model and application based on structural breaks[J]. Journal of Quantitative & Technological Economics, 2021, 38(1): 157－173.

[25] 蔡光辉，项琳．中国铜期货市场波动率估计与风险度量——基于广义已实现测度的Realized HAR GARCH模型[J]．中国管理科学，2021，29(11)：1－12.

Cai G H, Xiang L. The volatility estimation and VaR measurement of China's copper future market: based on realized HAR GARCH model incorporating generalized realized measures[J]. Chinese Journal of Management Science, 2021, 29(11): 1－12.

[26] 吴鑫育，谢海滨，李心丹．基于双成分已实现EGARCH模型的VaR度量研究[J]．数理统计与管理，2021，40(3)：556－570.

Wu X Y, Xie H B, Li X D. Measuring VaR based on two－component realized EGARCH model[J]. Journal of Applied Statistics and Management, 2021, 40(3): 556－570.

[27] 吴鑫育，赵凯，李心丹，等．时变风险厌恶下的期权定价——基于上证50ETF期权的实证研究[J]．中国管理科学，2019，27(11)：11－22.

Wu X Y, Zhao K, Lin X D, et al. Option pricing under time－varying risk aversion: an empirical study based on SSE 50ETF options[J]. Chinese Journal of Management Science, 2019, 27(11): 11－22.

[28] 王西梅，赵延龙，史若诗，等．基于局部波动率模型的上证50ETF期权定价研究[J]．系统工程理论与实践，2019，39(10)：2487－2501.

Wang X M, Zhao Y L, Shi R S, et al. Empirical analysis of Shanghai 50ETF options pricing based on local volatility model[J]. Systems Engineering－Theory & Practice, 2019, 39(10): 2487－2510.

[29] 潘志远，刘莉，刘子锐．国际溢出、国内基本面与期权定价[J]．管理科学学报，2022，25(6)：22－46.

Pan Z Y, Liu L, Liu Z R. International spillover, domestic fundamentals and option pricing[J]. Journal of Management Sciences in China, 2022, 25(6): 22－46.

[30] 潘冬涛，马勇．自刺激跳跃与随机波动率交叉反馈下的期权定价[J]．管理科学，2022，35(5)：127－143.

Pan D T, Ma Y. Option pricing with cross－feedback between self－exciting jumps and stochastic volatility[J]. Journal of Management Science, 2022, 35(5): 127－143.

[31] 孙有发，姚宇航，邱梓杰，等．基于特征函数局部结构微扰法的行为期权定价研究[J]．系统工程理论与实践，2022，42(12)：3247－3264.

Sun Y F, Yao Y H, Qiu Z J, et al. Behavioral option pricing method based on perturbation in the local structure of characteristic function[J]. Systems Engineering－ Theory & Practice, 2022, 42(12): 3247－3264.

[32] 成思聪，王天一．引入隔夜信息的期权定价模型研究[J]．中国管理科学，2022，DOI：10.16381/j.cnki.issn1003－207x.2021.0905.

Cheng S C, Wang T Y. Overnight information and option pricing model[J]. Chinese Journal of Management Science, 2022, DOI: 10.16381/j.cnki.issn1003－207x.2021.0905.

[33] 柳向东，洪绍鹏．基于非对称跳跃粗糙随机波动率模型的期权定价研究[J]．系统工程理论与实践，2023，43(2)：350－370.

Liu X D, Hong S P. The pricing of SSE 50 ETF options based on asymmetric jump rough stochastic volatility model[J]. Systems Engineering－Theory & Practice, 2023, 43(2): 350－370.

[34] 李庆，葛翔宇，向秀莉．多维无套利约束的非参数期权定价[J]．中国管理科学，2023，31(7)：60－67.

Li Q, Ge X Y, Xiang X L. Nonparametric option pricing under multivariate no－arbitrage constraints[J]. Chinese Journal of Management Science, 2023, 31(7): 60－67.

[35] 瞿慧，陈静雯．考虑跳跃波动与符号跳跃的50ETF期权定价研究[J]．管理评论，2019，31(9)：28－36.

Qu H, Chen J W. Pricing 50ETF options considering jump volatility and signed jumps[J]. Management Review, 2019, 31(9): 28－36.

[36] 瞿慧，何佳诺．基于已实现波动率的50ETF期权定价研究[J]．管理科学，2019，32(3)：148－160.

Qu H, He J N. Pricing 50ETF options using realized volatility[J]. Journal of Management Science, 2019, 32(3): 148－160.

[37] Watanabe T. Quantile forecasts of financial returns using realized GARCH models[J]. Japanese Economic

Review, 2012, 63(1): 68－80.
[38] Duan J C, Simonato J G. Empirical martingale simulation for asset prices[J]. Management Science, 1998, 44(9): 1218－1233.
[39] Degiannakis S, Livada A. Realized volatility or price range: evidence from a discrete simulation of the continuous time diffusion process[J]. Economic Modelling, 2013, 30: 212－216.

The Pricing of SSE 50 ETF Options with Realized EGARCH-FHS Model

Wu Xinyu[1], Jiang Xiaoqing[1], Li Xindan[2], Ma Chaoqun[3]
(1. School of Finance, Anhui University of Finance and Economics, Bengbu 233030, China;
2. School of Management and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210093, China;
3. Business School, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: On February 9, 2015, the Shanghai Stock Exchange (SSE) launched its first exchange-traded option, the SSE 50 ETF option. The SSE 50 ETF option is an European-style option written on the 50 ETF. The SSE 50 ETF option provides an effective hedging instrument for the investors in China's stock market. One of the important issues for the development of derivatives markets is to address the question on how derivatives can be valued correctly. It aims to develop an appropriate model for pricing the SSE 50 ETF option in this paper. Classical option pricing theory (such as the Black-Scholes model) is based on the assumption that the underlying asset returns are normally distributed with constant volatility. However, the assumptions are inconsistent with empirical findings, resulting in option pricing biases. It is well recognized that asset returns exhibit characteristics such as skewness and heavy tails, which cannot be captured by using a normal distribution. Moreover, asset returns exhibit the volatility clustering property: the volatility changes over time and its degree shows a tendency to persist. To overcome the drawbacks of the conventional option pricing approach, the GARCH option pricing models have been developed. In particular, the GJR-GARCH-FHS option pricing model has been proved to be useful in fitting the option prices. However, the GJR-GARCH-FHS option pricing model does not exploit the high-frequency information for pricing options. The usefulness of high-frequency information to price options has been well established in the literature. In light of this, this paper proposes the REGARCH-FHS model which combines the realized EGARCH (REGARCH) model with the filtered historical simulation (FHS) method for pricing option. The model extends the conventional GJR-GARCH-FHS option pricing model by incorporating the rich high-frequency intraday information from the realized measure to price options. The model is easy to implement, allows for flexible change of measure and is able to capture volatility asymmetry (leverage effect) as well as non-Gaussian innovation distribution. Empirical analysis based on SSE 50 ETF options shows that our proposed REGARCH-FHS model outperforms the Black-Scholes and GJR-GARCH-FHS models in both in-sample and out-of-sample option pricing. Specifically, the root-mean-square error (RMSE) of the REGARCH-FHS model is 77.70% and 15.64% lower than the RMSE of the Black-Scholes and GJR-GARCH-FHS models in in-sample option pricing, while it is 64.16% and 5.40% lower than the RMSE of the Black-Scholes and GJR-GARCH-FHS models in out-of-sample option pricing. Moreover, the REGARCH-FHS model improves the GJR-GARCH-FHS model most significantly for the pricing of the short-term (days to maturity less than 60 days) in-sample and for the pricing of the short-term (days to maturity: 30-60 days) out-of-sample. Our results are robust to alternative criteria for pricing performance evaluation. In summary, our study highlights the value of incorporating the realized measure (price range) and the flexible FHS method for option pricing.

Key words: option pricing; realized EGARCH; GJR-GARCH; FHS; price range